2-Calculons dv/du en différenciant la relation (6):

$$\frac{dv}{du}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\cdot\frac{\cos^2\frac{v}{2}}{\cos^2\frac{u}{2}}$$

Mais, d'après (4): $\frac{dv}{du}=\frac{a}{r}.\sqrt{1-e^2}$ et $=\frac{\sin v}{\sin u}$ d'après (2)

$$\text{d'où}\quad \frac{dv}{du}=\frac{\sin v}{\sin u} \qquad (7)$$

3-Cherchons finalement du/dt, avec la loi des aires:

$$\frac{du}{dt}=\frac{du}{dv}\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{\sin u}{\sin v}\cdot\frac{C}{r^2}=\left(\frac{2\pi}{T}.\frac{a^2}{r^2}.\sqrt{1-e^2}\right).\left(\frac{r}{a.\sqrt{1-e^2}}\right)=\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{a}{r}$$

Or, d'après (3) : $\frac{a}{r}=\frac{1}{1-e.\cos u}$

On a finalement; en séparant les variables:

$$(1-e.\cos u).du = 2\pi/T.\ dt$$

que l'on intègre de t_o à t (et de 0 à u):

$$\boxed{u-e.\sin u = 2\pi/T.(t-t_o) = M}$$

C'est (EK).

Cette recherche (un peu longue) nous a fourni deux relations importantes pour la suite:

$$\boxed{\begin{array}{c} r = a.(1-e.\cos u) \\ \operatorname{tg}\frac{v}{2}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\cdot\operatorname{tg}\frac{u}{2} \end{array}} \quad \begin{array}{c}(3)\\(6)\end{array}$$

d). Remarque

Il est important de noter que Kepler et Newton ont des démarches différentes. Kepler utilise uniquement des raisonnements géométriques concernant l'ellipse et "sa" loi empirique (et purement géométrique) des aires. Newton au contraire utilise une loi physique (qu'il a par ailleurs découverte !) et des raisonnements géométriques.

Kepler a ouvert la voie...

(... à suivre)

Michel TOULMONDE (EN d'Etiolles)

****

DES NOUVELLES DE PIONNIER 10

Le 13 juin dernier, la sonde américaine Pionnier 10 a atteint la distance de 30,3 u.a. du Soleil, devenant ainsi plus éloignée de lui que les 9 planètes du système solaire. A cette distance, tout signal électromagnétique met 4h 20 min pour atteindre la Terre. A la vitesse avec laquelle la sonde s'éloigne, ce retard augmente d'une minute tous les 4 jours.