

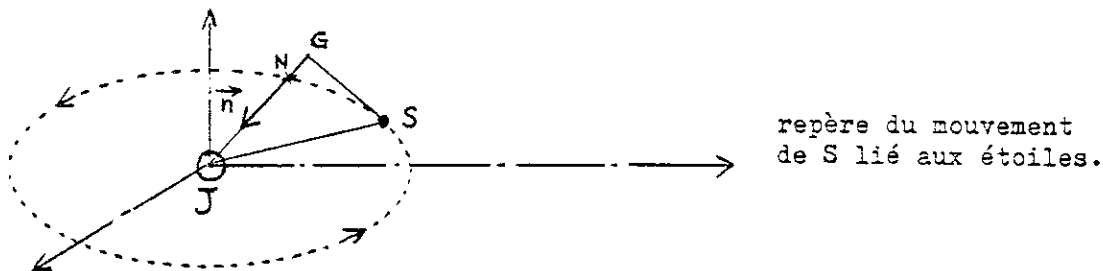
B/ MESURE DE LA MASSE DE JUPITERSANS BALANCE.

I/ PRINCIPE PHYSIQUE:

La mécanique céleste repose sur deux principes fondamentaux; l'un, découvert par Galilée, dit que si un objet n'est soumis à aucune force, son centre de "gravité" a un mouvement rectiligne et uniforme dans un repère lié aux étoiles. C'est le principe d'inertie.

- l'autre, découvert par Newton, s'énonce comme suit: si un objet de masse m est soumis à une force \vec{F} , son centre de "gravité" a une accélération $\vec{\gamma}$ telle que $\vec{F} = m\vec{\gamma}$. (relation fondamentale de la dynamique).

C'est ainsi que l'on peut expliquer le mouvement d'une lune (de faible masse) autour de sa planète (de forte masse):



En l'absence de J, le centre de "gravité" de S devrait aller en G à cause du mouvement rectiligne prévu par le principe d'inertie. Mais sous l'action de l'attraction de J (force de gravitation \vec{F} centripète), le satellite tombe en N avec l'accélération $\vec{\gamma}$ telle que $\vec{F} = m_s \cdot \vec{\gamma}$.

On peut ainsi recommencer le raisonnement à chaque instant et dire, comme Newton, que S tombe en permanence vers J sans jamais l'atteindre à cause de sa vitesse tangentielle.

Si le mouvement de S est circulaire uniforme on peut écrire:

$$\vec{F} = m_s \cdot \vec{\gamma} \quad \text{avec} \quad \vec{\gamma} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot a \cdot \vec{n} \quad \text{où } T \text{ est la période de révolution de S (sidérale) et } a \text{ le rayon de l'orbite.}$$

Or la force de gravitation \vec{F} est proportionnelle aux masses de J et S et inversement proportionnelle au carré de la distance entre J et S:

$$\vec{F} = G \frac{m_s \cdot M_J}{a^2} \cdot \vec{n} \quad (G: \text{constante de gravitation universelle } = 6,67 \cdot 10^{-11})$$

d'où $\frac{G \cdot m_s \cdot M_J}{a^2} \cdot \vec{n} = m_s \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot a \cdot \vec{n}$

$M_J = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{G \cdot T^2}$	→ m
	→ s

↓
kg

Connaissant le rayon de l'orbite (a) de S et sa période de révolution T , on peut calculer la masse de Jupiter (M_J).

II/ CALCUL DE LA MASSE DE JUPITER:

1) Mesure du rayon des orbites:

on a $a = \sqrt{\left(\frac{a_2 - a_1 \cos \omega \tau}{\sin \omega \tau}\right)^2 + a_1^2}$

* Connaissant l'échelle du cliché, la distance Terre-Jupiter et que $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ radians calculer a en mètre pour Ganymède et Callisto.

2°) 3ème loi de Képler, masse de Jupiter :

La formule (1) montre que quelle que soit la masse du satellite (négligeable devant celle de Jupiter), donc quel que soit celui-ci on a :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{M_J \cdot G}{4\pi^2} = \text{constante}$$

nom du satellite	$\frac{a^3}{T^2}$ en m^3/s^2
Ganymède	
Callisto	

d'où $M_J = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2}$ en prenant la valeur moyenne de $\frac{a^3}{T^2}$

$M_J = \dots\dots\dots \text{ kg}$

* sachant que la masse de la Terre est d'environ $6 \cdot 10^{24}$ kg, vérifier que Jupiter est environ 300 fois plus massive que la Terre (317,9 exactement).

III/ REMARQUES:

* La distance des satellites à Jupiter suit une sorte de loi de Bode : d'un satellite au suivant, la distance est multipliée par 1,7. Le vérifier en calculant a_{IV}/a_{III} .

Satellites	I	II	III	IV
diamètre(km)	3650	3120	5280	4840

compte tenu des magnitudes des lunes joviennes, que peut-on dire de l'état de surface de Callisto?

P. LE FUR (Le Mans)

C/ MESURE DE LA MASSE DE JUPITERAVEC UN CHRONOMETRE

Nous allons essayer de nous passer de matériel sophistiqué (photographies prises au Célestron, calculatrice, calculs complexes). Il faut adapter la méthode à l'âge de l'utilisateur. Que pourrait faire un élève de collège?

Pour obtenir la masse de Jupiter il suffit d'avoir une lunette avec un oculaire réticulé, des éphémérides et ...un chronomètre.

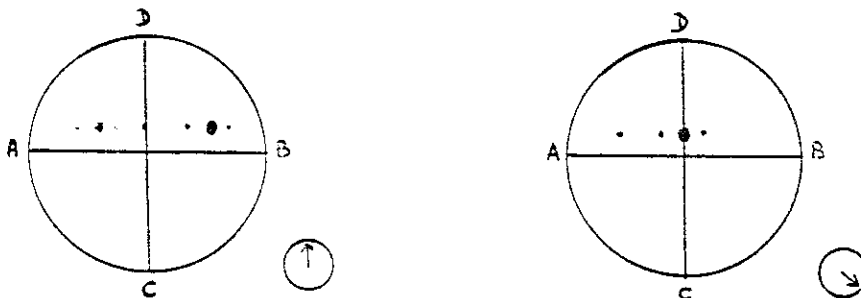
I/ METHODE:

Pour calculer la période du satellite et la masse de Jupiter, il faut mesurer la distance angulaire Jupiter-Satellite. La mesure se fera avec un chronomètre.

-laisser défilier le système jovien derrière le réticule de la lunette parallèlement à AB (schéma).

-chronométrer la durée qui sépare les passages d'un satellite et du centre de la planète sous CD. Il est facile de faire une dizaine de mesures par soir.

- calculer la moyenne t.



II/ RAYON DE L'ORBITE:

Le mouvement d'un satellite vu depuis la Terre est un mouvement rectiligne sinusoïdal. À partir des éphémérides, il est possible de connaître la date de passage à la plus grande élongation; ce jour-là faire la mesure (t_{\max}).

Le déplacement du système jovien derrière le réticule est dû à la rotation de la Terre: en 24 h \rightarrow 360° en $t_{\max} \rightarrow \alpha'$

Pour calculer l'angle sous lequel on voit depuis la Terre la distance Jupiter-satellite, il faut tenir compte de la déclinaison de Jupiter $\alpha = \alpha' \cos \delta$
 rayon de l'orbite $a = d_{TJ} \cdot \alpha$ (rad)

- Remarques: - on néglige la variation de a pendant la mesure.
 - la mesure est indépendante du grossissement de la lunette.

III/ PERIODE DE REVOLUTION:

* Faire des relevés sur 3 ou 4 jours (pour Ganymède et Callisto) autour du jour de plus grande élongation. On obtient $t_1, t_2, t_3 \equiv t_{\max}, t_4, \dots$ (voir figure page 40)

* Il est possible d'obtenir la période en calculant les cosinus des angles, mais il est plus simple d'utiliser une méthode graphique.

- sur une droite reporter à partir de 0' les valeurs $t_1, t_2, t_3 \dots$

- tracer le cercle de centre 0 et de rayon t_{\max}

- reporter les positions S_1, S_2, S_3, \dots du satellite sur le cercle trajectoire.

- mesurer avec un rapporteur l'angle $S_1 O S_n$ qui a été balayé pendant la durée

D correspondant à la différence des dates d'observation i et n.

$$\widehat{S_1 O S_n} \rightarrow D \quad 360^\circ \rightarrow T \text{ période de révolution.}$$

IV/ MASSE DE JUPITER:

Ayant calculé a et T on en déduit la masse de Jupiter:

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2} \quad (1)$$

Remarques: - en réalité

$$\frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2} = M_J + M_{\text{Satellite}} \quad \text{mais } M_J \gg M_S$$

- on peut calculer la masse de Jupiter en masses solaires

$$M_\odot = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a_T^3}{T_T^2} \rightarrow \text{pour la Terre} \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) \quad \frac{M_J}{M_\odot} = \frac{a^3}{a_T^3} \cdot \frac{T_T^2}{T^2}$$

V/ MESURES: (voir tableau)

* Pour Callisto:

- a) rayon de l'orbite: t_{\max} le 8-10-83

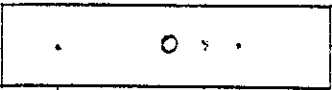
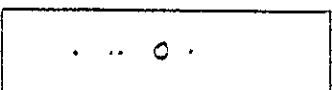
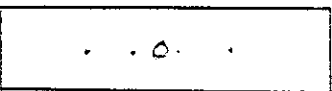
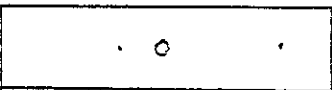

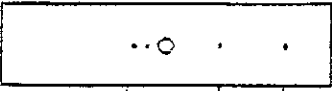
$$1 \text{ UA} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m} \quad 24\text{h} \rightarrow 360^\circ \quad 1\text{s} \rightarrow 0,25' \quad 1' = 0,00029 \text{ rad}$$

$$\alpha = t_{\max} \cdot 0,25 \cdot 0,00029 \cdot \cos \delta \quad \text{avec } \delta = 21^\circ \text{ et } t_{\max} = 31,75\text{s}$$

$$= 31,75 \cdot 0,25 \cdot 0,00029 \cdot 0,9336 = 0,002149 \text{ rad}$$

$$a = d_{TJ} \cdot \alpha = 5,844 \cdot 149,6 \cdot 10^9 \cdot 0,002149 = 1,879 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Tableau des mesures

date (heure locale)	t en secondes	moyenne	dTJ(UA)																								
01-10-83 19h20  IV III	<table> <tr><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>18,32</td><td>24,41</td></tr> <tr><td>17,87</td><td>24,54</td></tr> <tr><td>18,10</td><td>24,60</td></tr> <tr><td>17,85</td><td>24,82</td></tr> <tr><td>17,91</td><td>24,91</td></tr> <tr><td>18,18</td><td>24,94</td></tr> </table>	III	IV	18,32	24,41	17,87	24,54	18,10	24,60	17,85	24,82	17,91	24,91	18,18	24,94	<table> <tr><td>III:18,03</td></tr> <tr><td>IV:24,70</td></tr> </table>	III:18,03	IV:24,70	5,756								
III	IV																										
18,32	24,41																										
17,87	24,54																										
18,10	24,60																										
17,85	24,82																										
17,91	24,91																										
18,18	24,94																										
III:18,03																											
IV:24,70																											
02-10-83 19h10  IV II III	<table> <tr><td>II</td><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>9,87</td><td>9,19</td><td>15,19</td></tr> <tr><td>9,94</td><td>9,54</td><td>15,03</td></tr> <tr><td>10,03</td><td>9,25</td><td>15,57</td></tr> <tr><td>9,63</td><td>9,12</td><td>15,48</td></tr> <tr><td>9,68</td><td>9,35</td><td>15,35</td></tr> <tr><td></td><td>9,54</td><td></td></tr> </table>	II	III	IV	9,87	9,19	15,19	9,94	9,54	15,03	10,03	9,25	15,57	9,63	9,12	15,48	9,68	9,35	15,35		9,54		<table> <tr><td>II: 9,83</td></tr> <tr><td>III: 9,33</td></tr> <tr><td>IV:15,32</td></tr> </table>	II: 9,83	III: 9,33	IV:15,32	5,768
II	III	IV																									
9,87	9,19	15,19																									
9,94	9,54	15,03																									
10,03	9,25	15,57																									
9,63	9,12	15,48																									
9,68	9,35	15,35																									
	9,54																										
II: 9,83																											
III: 9,33																											
IV:15,32																											
05-10-83 19h07  III II IV	<table> <tr><td>II</td><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>2,32</td><td>15,91</td><td>18,73</td></tr> <tr><td>2,91</td><td>16,06</td><td>18,56</td></tr> <tr><td>2,60</td><td>15,88</td><td>18,43</td></tr> <tr><td>2,22</td><td>15,82</td><td>18,62</td></tr> <tr><td>2,48</td><td>15,54</td><td>18,51</td></tr> <tr><td></td><td>15,94</td><td></td></tr> </table>	II	III	IV	2,32	15,91	18,73	2,91	16,06	18,56	2,60	15,88	18,43	2,22	15,82	18,62	2,48	15,54	18,51		15,94		<table> <tr><td>II: 2,51</td></tr> <tr><td>III:15,86</td></tr> <tr><td>IV:18,57</td></tr> </table>	II: 2,51	III:15,86	IV:18,57	5,807
II	III	IV																									
2,32	15,91	18,73																									
2,91	16,06	18,56																									
2,60	15,88	18,43																									
2,22	15,82	18,62																									
2,48	15,54	18,51																									
	15,94																										
II: 2,51																											
III:15,86																											
IV:18,57																											
06-10-83 17h32  II IV	<table> <tr><td>II</td><td>IV</td></tr> <tr><td>10,32</td><td>25,71</td></tr> <tr><td>10,19</td><td>26,30</td></tr> <tr><td>10,03</td><td>26,51</td></tr> <tr><td>10,12</td><td>26,48</td></tr> <tr><td>10,00</td><td>26,35</td></tr> <tr><td>10,48</td><td></td></tr> </table>	II	IV	10,32	25,71	10,19	26,30	10,03	26,51	10,12	26,48	10,00	26,35	10,48		<table> <tr><td>II:10,19</td></tr> <tr><td>IV:26,27</td></tr> </table>	II:10,19	IV:26,27	5,819								
II	IV																										
10,32	25,71																										
10,19	26,30																										
10,03	26,51																										
10,12	26,48																										
10,00	26,35																										
10,48																											
II:10,19																											
IV:26,27																											
08-10-83 19h10  III IV	<table> <tr><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>18,48</td><td>31,70</td></tr> <tr><td>19,00</td><td>31,76</td></tr> <tr><td>18,91</td><td>32,00</td></tr> <tr><td>19,38</td><td>31,38</td></tr> <tr><td>18,73</td><td>32,06</td></tr> <tr><td>18,79</td><td>31,64</td></tr> </table>	III	IV	18,48	31,70	19,00	31,76	18,91	32,00	19,38	31,38	18,73	32,06	18,79	31,64	<table> <tr><td>III:18,87</td></tr> <tr><td>IV:31,75</td></tr> </table>	III:18,87	IV:31,75	5,844								
III	IV																										
18,48	31,70																										
19,00	31,76																										
18,91	32,00																										
19,38	31,38																										
18,73	32,06																										
18,79	31,64																										
III:18,87																											
IV:31,75																											
09-10-83 19h02  II III IV	<table> <tr><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>12,42</td><td>28,73</td></tr> <tr><td>11,78</td><td>28,18</td></tr> <tr><td>12,05</td><td>28,47</td></tr> <tr><td>11,92</td><td>28,69</td></tr> <tr><td>11,90</td><td>27,96</td></tr> </table>	III	IV	12,42	28,73	11,78	28,18	12,05	28,47	11,92	28,69	11,90	27,96	<table> <tr><td>III:12,01</td></tr> <tr><td>IV:28,41</td></tr> </table>	III:12,01	IV:28,41	5,856										
III	IV																										
12,42	28,73																										
11,78	28,18																										
12,05	28,47																										
11,92	28,69																										
11,90	27,96																										
III:12,01																											
IV:28,41																											

