

II - MOUVEMENT DU PLAN DE L'ORBITE DE LA LUNE

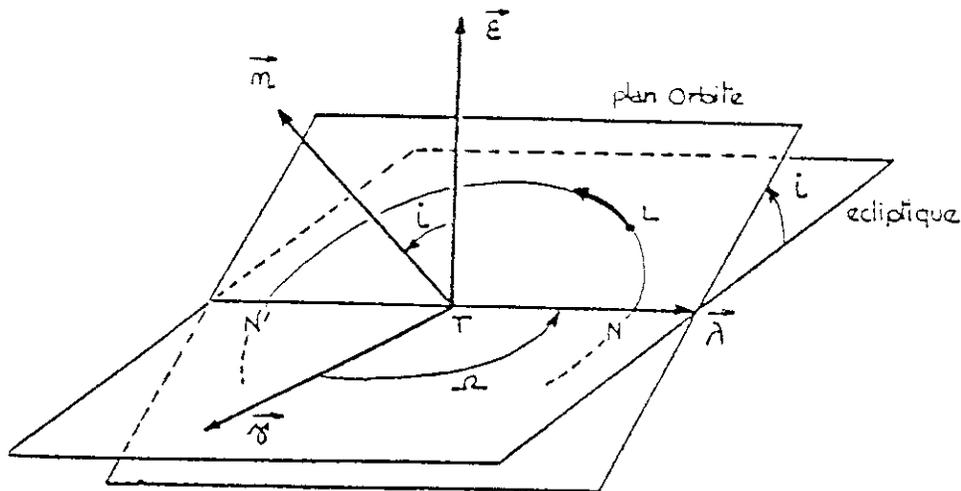
On veut étudier le mouvement du plan de l'orbite de la lune* à partir des positions de la lune données par les éphémérides. Cela en remplaçant l'outil "trigonométrie sphérique" par l'outil "calcul vectoriel" (donné maintenant en classe de lère (coordonnées - produit scalaire - produit vectoriel)). Cet exercice doit aussi développer la vision dans l'espace.

1 - Position du plan de l'orbite de la lune

Le plan de référence est le plan de l'écliptique, orienté par l'orbite de la terre ; \vec{E} est sa normale. Le repère utilisé pour définir la position du plan de l'orbite de la lune (L) est lié à la terre (T). Le plan de l'écliptique étant orienté par \vec{E} on distingue le noeud ascendant N rencontré par la lune dans son mouvement ascendant par rapport au plan de l'écliptique et le noeud descendant N'.

Le plan de l'orbite est déterminé par son inclinaison i ($0^\circ \leq i \leq 180^\circ$) et la longitude Ω du noeud ascendant ($0^\circ \leq \Omega \leq 360^\circ$)

$$i = (\vec{E}, \vec{n}) \text{ et } \Omega = \langle \vec{\delta}, \vec{TN} \rangle = \langle \vec{\delta}, \vec{\lambda} \rangle$$

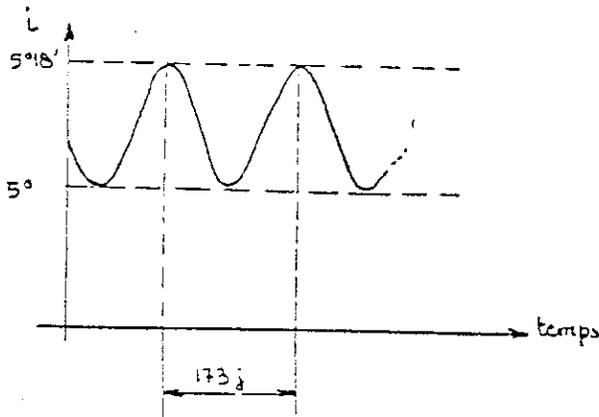


2 - Mouvement du plan de l'orbite de la lune

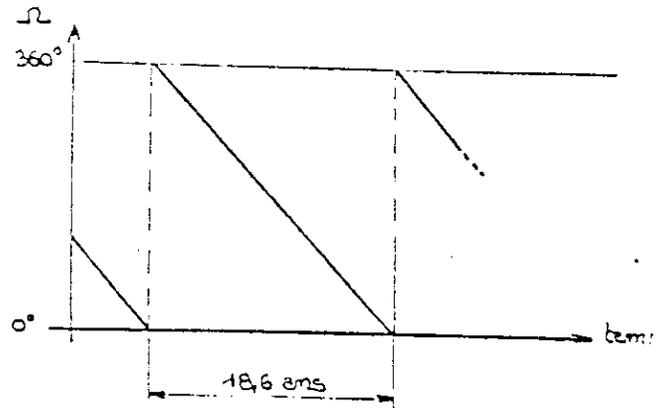
On lit dans tous les ouvrages d'astronomie que l'inclinaison i varie entre 5° et $5^\circ 18'$ avec une période de 173 j et que la ligne des noeuds tourne de 360° en une période de 18,6 ans, dans le sens rétrograde. Notre objectif est de retrouver ces phénomènes à partir des positions de la lune données par les éphémérides.

* Il s'agit du mouvement essentiel, la lune étant soumise à de nombreuses perturbations.

On doit trouver :



variations de i

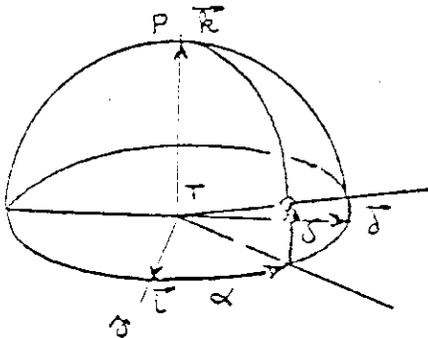


variations de Ω

3 - Méthode

Le repère utilisé pour les calculs sera celui dans lequel on repère habituellement les astres : le plan équatorial avec δ .

La position d'un astre est définie par son ascension droite α et sa déclinaison δ ($0^h \leq \alpha \leq 24^h$ et $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$). Les coordonnées des vecteurs sont calculées dans le repère $(T, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ défini sur la figure ci-dessous où γ est le point vernal, P le pôle céleste.

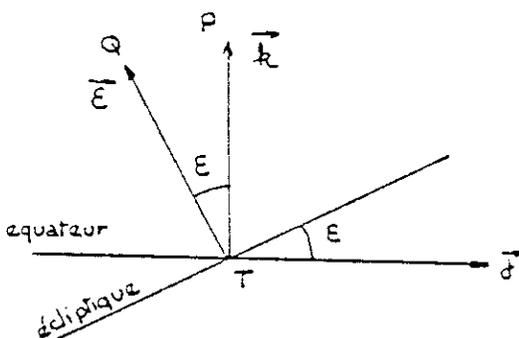


$$\text{On a : } x = \cos \delta \cos \alpha,$$

$$y = \cos \delta \sin \alpha,$$

$$z = \sin \delta$$

On aura besoin des coordonnées de \vec{E} qui sont :



$$\vec{E} \begin{vmatrix} 0 \\ -\sin E \\ \cos E \end{vmatrix}$$

avec $E = 23.5^\circ$

Un couple de positions (L1, L2) séparées de 5 jours par exemple nous donne deux points du plan de l'orbite de la lune, celui-ci est alors déterminé.

On lit $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2$ et δ_2 dans les éphémérides pour les dates t_1 et t_2 considérées et on a pour $t_1 \leq t_2$:

$$\vec{n} = \frac{\vec{TL1} \wedge \vec{TL2}}{\|\vec{TL1} \wedge \vec{TL2}\|}$$

$$\vec{\lambda} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{n}}{\|\vec{E} \wedge \vec{n}\|}$$

d'où i déterminé par :

$$\cos i = \vec{n} \cdot \vec{E} \quad (i \in [0, \frac{\pi}{2}])$$

et Ω déterminé par :

$$\begin{cases} \cos \Omega = \vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda} \\ \Omega \in [0, \pi] \text{ si } \vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda} \geq 0, \Omega \in [\pi, 2\pi] \text{ si } \vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda} < 0 \end{cases}$$

4 - Algorithme de calcul

Début

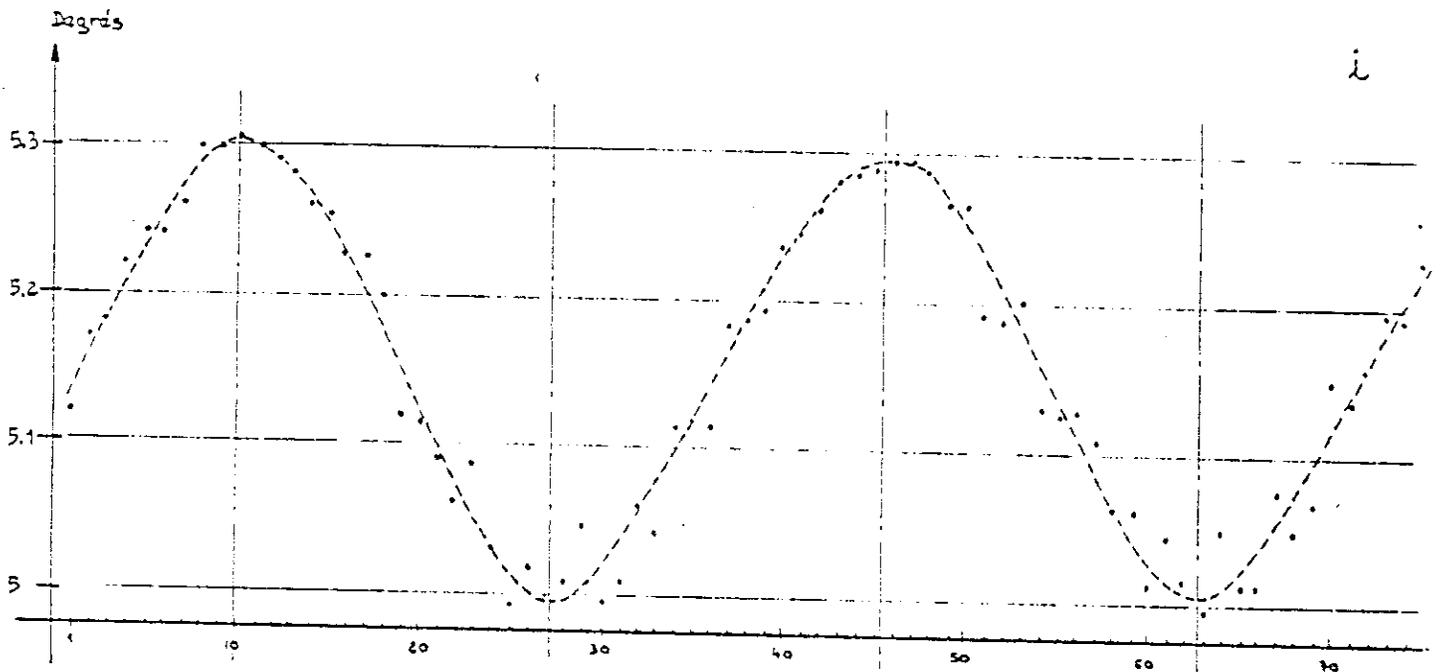
```

lire  $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$  ;
 $E \leftarrow 23.5 * \pi / 180$  ;
 $\alpha_1 \leftarrow$  conversion en radians ( $\alpha_1$ ) ;
 $\delta_1 \leftarrow$  conversion en radians ( $\delta_1$ ) ;
 $\vec{E} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin E \\ \cos E \end{pmatrix}$  ;
 $\vec{TL1} \leftarrow \begin{pmatrix} \cos \delta_1 * \cos \alpha_1 \\ \cos \delta_1 * \sin \alpha_1 \\ \sin \delta_1 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{TL2} \leftarrow \begin{pmatrix} \cos \delta_2 * \cos \alpha_2 \\ \cos \delta_2 * \sin \alpha_2 \\ \sin \delta_2 \end{pmatrix}$  ;
 $\vec{n} \leftarrow \vec{TL1} \wedge \vec{TL2}, \vec{n} \leftarrow \vec{n} / \|\vec{n}\|$  ;
 $\vec{\lambda} \leftarrow \vec{E} \wedge \vec{n} ; \vec{\lambda} \leftarrow \vec{\lambda} / \|\vec{\lambda}\|$  ;
 $i \leftarrow \text{Arc cos} (\vec{n} \cdot \vec{E})$  ;
 $\Omega \leftarrow \text{Arc cos} (\vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda})$  ;
si  $\vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda} < 0$  alors  $\Omega \leftarrow -\Omega$  ;
 $i \leftarrow$  conversion en degrés déc. ( $i$ ) ;  $\Omega \leftarrow$  conversion en degrés déc. ( $\Omega$ ) ;
Afficher  $i, \Omega$  ;

```

fin

- i - On a 80 valeurs séparées de 5 jours (du 1/1/80 au 30/1/80)
 Amplitude des variations de i : entre 5° et $5,3^\circ$ soit $5^\circ \leq i \leq 5^\circ 18'$
 Période des variations de i : 5 j pour 2,5 mm ; Période = $89 * 5/2,5 = 178$ j



- Ω - on a 20 valeurs séparées de 30 jours (du 1/1/80 au 28/7/81)
 Période des variations de Ω :
 Echelles : 20 * 30 j pour 150 mm ; 10° pour 30 mm
 Mesures : 158 mm pour le temps et 100 mm pour les degrés
 d'où $P = 360 * \frac{158}{100} * \frac{20 * 30}{150} * \frac{30}{10} * \frac{1}{365,25} = 18,68$ ans sens rétro

