

MODELE SIMPLIFIE DU SYSTEME SOLAIRE

Note de la Rédaction: cet article utilise l'équation de Kepler, qui n'est peut-être pas connue de tous les lecteurs. Elle sera traitée plus en détails dans un prochain article du même auteur. Pour la compréhension de ce qui suit, nous précisons ici les notations et les relations utilisées.

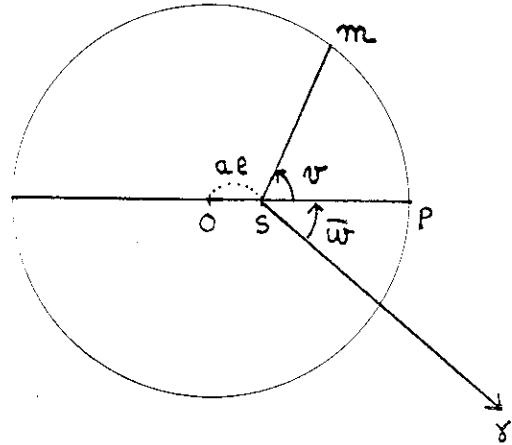
La planète,  $m$ , décrit avec la période  $T$  une orbite elliptique d'excentricité  $e$  dont on assimile la forme à celle d'un cercle et dont le Soleil occupe un foyer. La planète est repérée par son angle polaire  $v$ , mesuré à partir de la direction du périhélie  $P$  ( $SP = a - ae$ ).

On montre que, si  $M = (2\pi/T)(t-t_p)$

(où  $t_p$  est la date de passage en  $P$  et  $t$  celle de passage en  $m$ ) l'angle  $v$  est donné en première approximation pour une valeur de l'excentricité  $e$  faible devant l'unité, par la relation:

$$v = M + 2e \sin M$$

où  $v$  et  $M$  sont exprimés en radians. Pour exprimer  $v$  et  $M$  en degrés, on remplace  $2e$  par son équivalent en degrés qui est noté  $k$  dans le texte ci-dessous.



1. BUT : Déterminer, à une date donnée, si une planète est visible ou non, et déterminer ses heures approximatives de lever et coucher.

2. Matériel nécessaire.

- méthode de calcul ci-après,
- rapporteur, double décimètre,
- table trigo. ou calculatrice "scientifique",
- calendrier des PTT donnant les heures de lever et coucher du Soleil (peu importe le millésime !)

3. Hypothèses simplificatrices.

On suppose que les planètes se déplacent dans le plan de l'écliptique (celui de l'orbite terrestre), sur des cercles excentrés, à vitesse non constante. La précision est de l'ordre de 0,5 degré pour les angles sur une durée de 50 ans environ; mais le calcul est bien plus facile qu'un calcul d'éphémérides.

4. Unités employées.

- Angles: comptés positivement dans le sens direct de 0° à 360°, à partir d'une direction de référence  $S\gamma$ . ( $S$  est le Soleil,  $S\gamma$  est la direction du point vernal ou équinoxe de printemps).
- Distances: en unités astronomiques (UA)
- Durées: en années juliennes de 365,25 jours.

5. Méthode.

On se fixe une origine des temps, par exemple le 1er janvier 1983.

1°) Déterminer le nombre de jours  $N$  écoulés depuis (ou "avant") cette origine (à 0h) jusqu'à la date utilisée pour le calcul.

2°) Exprimer cette durée en année:  $T=N/365,25$

3°) Calculer l'angle  $M$  (avec cette valeur de  $T$ ) en utilisant l'expression donnée dans le tableau pour la planète choisie. Ramener  $M$  entre 0° et 360°.

4°) Calculer l'angle  $v$  défini par  $v=M+k*\sin M$

5°) Ajouter à  $v$  la valeur  $w$  du tableau. L'angle obtenu  $L=v+w$  est la longitude héliocentrique de la planète (à 360° près).

6°) Calculer la distance de la planète par  $R=a*(1-e*\cos M)$  où  $e$  désigne l'excentricité de l'orbite et  $a$  son rayon.

7°) Déterminer graphiquement ou par le calcul (voir exemple) l'élongation de la planète par rapport au Soleil.

6. Valeurs à employer .

Planètes	M(T) en degrés T en années	k(°)	$\bar{w}$ (°)	e	a(UA)
Mercure	323°,4+1494,72*T	23°,5	77°,2	0,205	0,39
Vénus	182°,0+ 585,18*T	0°,8	131°,3	0,007	0,72
Terre	357°,4+ 360,00*T	1°,9	102°,6	0,017	1,00
Mars	5°,5+ 191,40*T	10°,7	335°,7	0,093	1,52
Jupiter	223°,1+ 30,35*T	5°,5	15°,2	0,048	5,20
Saturne	108°,3+ 12,22*T	6°,4	93°,7	0,055	9,50

Remarque: pour Mercure, compte tenu de la forte excentricité de l'orbite, on aura la précision souhaitée en prenant  $k=23°,5+6°*\cos M$  soit  $v=M+(23°,5+6°*\cos M)*\sin M$ . Sinon, les écarts sont importants.

7.Exemple .

On cherche à observer Vénus le 1er avril 1984 à 0h(TU).

$$N=365 + 31 + 29 + 31 = 456 \text{ jours depuis le } 1/1/83$$

$$T=N/365,25 = 1,248 \text{ 46 an.}$$

a) Position de la Terre:

$M=357,4+360*1,24846=806,8 = 86°,8 \text{ (mod.360)}$ . On ne garde qu'un seul chiffre décimal. D'où  $\cos M=0,056$  et  $\sin M=0,998$ .

$$v=M+1,9*\sin M = 88°,7$$

$$L=v+\bar{w}= 88,7+102,6 = \underline{191°,3} \text{ (à } 360° \text{ près si besoin est).}$$

$$R=1*(1-0,017*\cos M)= \underline{0,999 \text{ UA}}$$

b) Position de Vénus:

$M=182,0+585,18*1,24846 = 192°,6$ .  $\cos M=-0,976$  et  $\sin M=-0,217$

$$v=M+0,8*\sin M = 192°,4$$

$$L=v+\bar{w}= 192,4+131,3 = \underline{323°,7} \text{ (ou } -36°,3)$$

$$R=0,72*(1-0,007*(-0,976)) = \underline{0,725 \text{ UA}}$$

On a alors les positions héliocentriques de la Terre et de Vénus.

8.Construction graphique.

On reporte sur le plan (de l'écliptique) les valeurs L et R en coordonnées polaires. Prendre par exemple une échelle de 5cm/UA.

On mesure au rapporteur et au double décimètre:(cf fig.1)

-l'angle S (élongation) à partir de la direction du Soleil,

-la distance R' de Vénus à la Terre. Cette valeur nous donnera une information sur l'éclat relatif de Vénus.

Les mesures donnent:

$$\underline{S=-19°,5} \text{ et } \underline{R'=1,58 \text{ UA}}$$

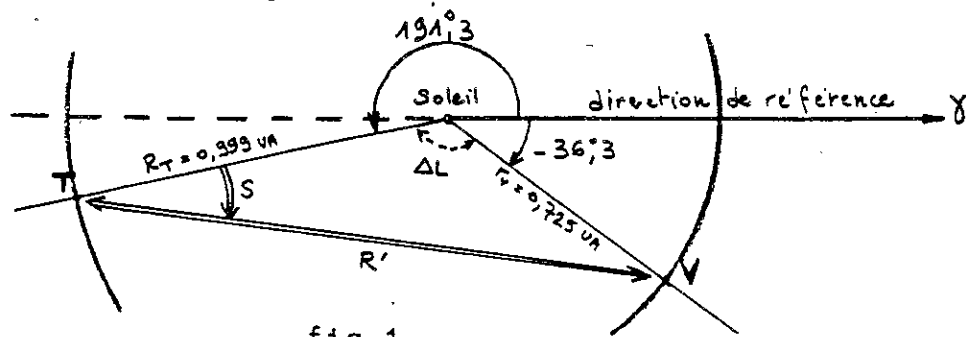


fig.1

Il est possible de calculer S et R' et de contrôler ainsi la construction graphique et les mesures géométriques:

Soit  $\Delta L$  la différence des longitudes héliocentriques de T et V

$$\Delta L = L_V - L_T$$

Alors:

$$R' = \sqrt{R_V^2 + R_T^2 - 2 \cdot R_T \cdot R_V \cdot \cos(\Delta L)}$$

$$\sin S = -\frac{R_V \cdot \sin(\Delta L)}{R'} \quad \text{et} \quad \cos S = \frac{R_T - R_V \cdot \cos(\Delta L)}{R'}$$

Ici, le calcul donne:

$$S = -19,76 \quad \text{et} \quad R' = 1,581 \text{ UA}$$

### 9. Visibilité de la planète.

La Terre tournant sur elle-même en 24 h de 360°, un angle de  $S = 19,5$  sera parcouru en  $\frac{24}{360} \times 19,5 = 1,3$ h, soit 1h;18mn environ.

Ici, S est négatif (origine en ST). Donc, compte-tenu du sens de rotation de la Terre, Vénus apparaîtra dans le ciel avec 1,3 heure d'avance sur le Soleil: Vénus se lèvera 1,3h avant le Soleil, et se couchera également 1,3h avant lui.

(Remplacer "avance" par "retard" si S est positif).

Le calendrier des PTT donne, pour le 1er avril, à Paris, et pour le Soleil: lever à 5h 31mn et coucher à 18h 19mn TU (à 1mn près d'une année sur l'autre donc le calendrier de 1984 n'est pas indispensable).

En retirant 1,3 h à ces valeurs, on obtient pour Vénus, à Paris, le 1/4/84 : lever à 4h 13mn et coucher à 17h 01mn.

La planète sera donc visible le matin seulement, avant le lever du Soleil, vers l'Est bien sûr.

### 10. Validité du modèle.

La précision angulaire attendue est de l'ordre de 0,5 degré, entre les années 1950 et 2000. (au moins). Comparons ces résultats à ceux calculés avec un modèle plus complexe (et plus complet) ou mieux, avec les Ephémérides du Bureau des Longitudes :

Le 1/4/1984 à 0h TU:

Terre	modèle	"exact"	Vénus	modèle	"exact"
L.hélio	191°,3	191°,460	L.hélio	323°,7	323°,701
R.hélio	0,999	0,9994	R.hélio	0,725	0,728
			latitude géo	0°	-1°,439
			R' géo	1,581	1,583
			S	-19°,76	-19°,884
			(Paris) { lever	4.13	5.03
			(TU) { coucher	17.01	16.25

La précision angulaire est "correcte", de même que sur les distances. Par contre, on n'obtient pas mieux qu'à une heure près les instants de lever et coucher. Ceci est dû (en partie) au fait que, dans ce modèle, les orbites ne sont pas inclinées sur l'écliptique, donc que l'on néglige la latitude céleste géocentrique.

Considérons (fig.2) le Soleil et Vénus vers leur lever à l'horizon.

Vénus se lève en  $V_0$  et le Soleil est alors en  $S_0$ .

Si la latitude de Vénus ( $b$  ici) était nulle, Vénus serait en  $S_2$ , donc déjà levée. On doit donc corriger les heures de ce modèle de l'écart correspondant à la durée du passage de  $S_1$  en  $S_2$ . Cet écart est d'autant plus grand que la latitude est grande.

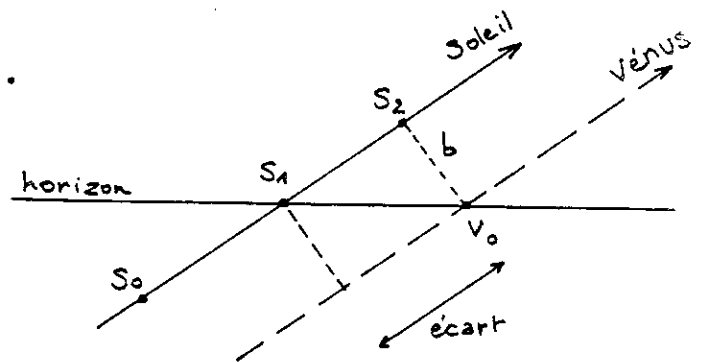


fig.2

Le calcul de la latitude géocentrique n'est pas très simple. L'introduire dans ce modèle n'est pas intéressant car alors on se rapproche de la complexité du modèle "keplerien", lequel nécessite un petit ordinateur, ou au moins une calculatrice programmable performante.

Cependant, le calcul des heures de lever et coucher doit faire intervenir les coordonnées équatoriales et le Temps Sidéral local. La détermination par l'élongation ne peut que donner un ordre de grandeur de ces instants. D'ailleurs la valeur "exacte" de  $S = -19°,884$  ne donnerait guère mieux !

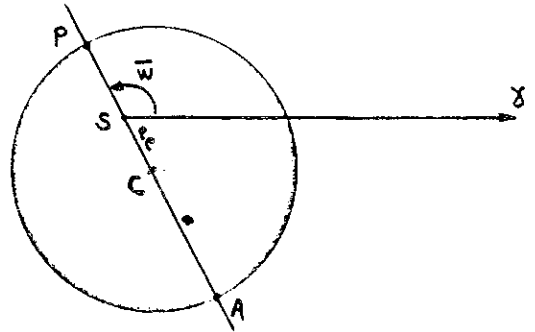
### 11. Conclusion.

Ce modèle géométrique simple donne des résultats très satisfaisants pour utiliser un planétaire et pour prévoir la visibilité des planètes, et ce bien mieux que le modèle dit "de Copernic" à cercles concentriques.

12. Construction du système planétaire.

Dans ce modèle, les orbites sont des cercles excentrés, tous situés dans le plan écliptique. Le rayon du cercle est désigné par  $a$  (en UA). Reste à situer le centre  $C$  du cercle orbital.

Le périhélie  $P$  est tel que sa longitude céleste (à partir de la direction  $S\bar{\chi}$ ) est  $\bar{w}$ . La distance du centre au Soleil est alors  $a.e$  et le point  $C$  est opposé à  $P$  par rapport à  $S$ .



Dans la réalité, d'une part les orbites sont des ellipses et non des cercles, et d'autre part, ces ellipses sont diversement inclinées sur le plan de l'écliptique. Cependant, sauf pour Pluton et Mercure, l'inclinaison  $i$  ne dépasse pas  $3^{\circ},4$ . Le dessin en projection sera donc proche de la réalité. L'écart relatif du cercle à l'ellipse de même diamètre est au maximum  $1 - \sqrt{1 - e^2}$ , dans la direction perpendiculaire au diamètre  $PSCA$ . Pour Mercure,  $e=0,205$  et cet écart relatif vaut  $0,021$  (soit  $2,1\%$ ): avec un rayon de  $10$  cm, l'écart vaut  $2$  mm. Pour la Terre, avec un rayon de  $1$  m, l'écart est inférieur à  $0,15$  millimètre ! donc en général contenu dans l'épaisseur du trait...

Le tableau ci-dessous fournit les valeurs utiles pour la construction (à la règle et au compas) du modèle planétaire.

Planètes	$a(\text{UA})$	$e$	$a.e(\text{UA})$	$\bar{w}$	$1 - \sqrt{1 - e^2}$	$i$
Mercure	0,39	0,205	0,080	$77^{\circ},2$	0,021	$7^{\circ},0$
Vénus	0,72	0,007	0,005	$131^{\circ},3$	0,00002	$3^{\circ},4$
Terre	1,00	0,016	0,016	$102^{\circ},6$	0,00013	$0^{\circ}$
Mars	1,52	0,093	0,141	$335^{\circ},7$	0,0043	$1^{\circ},9$
Jupiter	5,20	0,048	0,250	$15^{\circ},2$	0,0012	$1^{\circ},3$
Saturne	9,50	0,055	0,523	$93^{\circ},7$	0,0015	$2^{\circ},5$
Uranus	19,2	0,047	0,902	$170^{\circ},4$	0,0011	$0^{\circ},8$
Neptune	30,1	0,009	0,271	$44^{\circ},4$	0,00004	$1^{\circ},8$
Pluton	39,4	0,250	9,850	$224^{\circ},5$	0,032	$17^{\circ},2$

Lors de la construction du système, le terme cercles "excentrés" prendra tout son sens...

### 13. Remarque: le modèle de Copernic.

Le modèle planétaire (très simplifié) utilisant des orbites circulaires parcourues d'un mouvement uniforme, appelé "1er modèle de Copernic", se déduit de celui-ci en faisant  $e=0$  et  $k=0$  pour toutes les planètes, et sans rien ôter de la très grande valeur épistémologique du "système" copernicien.

On a alors une idée des écarts importants que donne ce dernier: jusqu'à  $24^\circ$  pour Mercure ou  $11^\circ$  pour Mars.

Ces écarts, nettement visibles, ont obligé Copernic à réintroduire des épicycles, comme Ptolémée, faisant perdre à son "système" une grande partie de sa "beauté".

Kepler trouvera la solution grâce à l'abandon du cercle pour l'ellipse (1609), préparant la voie à Newton.

### 14. Graphique annuel d'élongations.

Le modèle simplifié proposé ici permet facilement de tracer le tableau-graphique que l'on trouve, par exemple dans les "Ephémérides" de l'année, ou dans l'excellent livre de A.RUKL "Astronomie, Guide de l'Amateur" (Ed. Gründ).

On porte l'angle  $S$  en abscisses et la date en ordonnées (fig.3).

La ligne centrale ( $S=0^\circ$ ) représente le Soleil. Les courbes de chacune des planètes donnent par lecture directe la valeur de l'élongation écliptique à une date donnée.

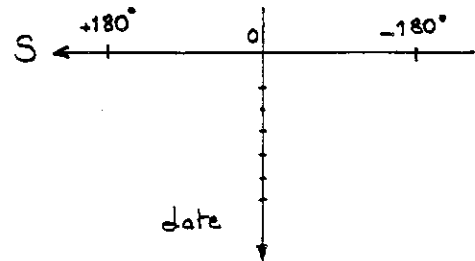


fig.3

Si  $S$  est compris entre  $0^\circ$  et  $+180^\circ$ , la planète sera visible après le coucher du Soleil. Si  $S$  est compris entre  $-180^\circ$  et  $0^\circ$ , elle sera en avance sur le Soleil, donc visible le matin. Si  $S = \pm 180^\circ$ , la planète est en opposition: elle culmine au méridien vers minuit (0h TU).

Si  $S$  est compris entre  $-10^\circ$  et  $+10^\circ$ , la planète est pratiquement dans la direction du Soleil, donc inobservable à l'oeil nu.

Afin de se simplifier encore la tâche, on aura intérêt à utiliser une calculatrice programmable, ou un petit ordinateur.

On trouvera en Annexes:

-un exemple de programme écrit en langage BASIC, facilement adaptable à n'importe quel appareil. Ici, les fonctions trigonométriques opèrent avec des angles exprimés en radians.

-le graphique d'élongations pour 1984 pour les 5 planètes visibles à l'oeil nu. La courbe d'Uranus a été ajoutée, ainsi que celle du point vernal, et celle de la Lune.

5 Print " MODELE PLANETAIRE SIMPLIFIE "

```

Date
10 Input " DATE (JM.A) "; C
12 S=1E4*(C-Int(C)) : J=Int(C/100) : M=Int(C)-100*J
14 If M<=2 Then S=S-1 : M=M+12
16 N=Int(365.25*S) + Int(30.6*(M+1)) + J - 724354
18 T=N/36525

Terre
30 M=357.4:W=360:K=1.9:P=102.6:A=1:E=0.017
32 Gosub (120) : Ø=L : Z=R
34 Print " TERRE L=";L ;" R=";R
38 Input " Numéro de la planète (1à6) ";J : { H=30+10*J : Goto (H)

Planète
40 Q$="ME":M=323.4+1494.72*T: M=M-360*Int(M/360)
42 K=23.5+6*Cos(M*G):W=0:P=77.2:A=0.39:E=0.205 : Goto (95)
50 Q$="VE":M=182:W=585.18:K=0.8:P=131.3:A=0.72:E=0.007: Goto (95)
60 Goto (34)
70 Q$="MAR":M=5.5:W=191.4:K=10.7:P=335.7:A=1.52:E=0.093: Goto (95)
80 Q$="JUP":M=223.1:W=30.35:K=5.5:P=15.2:A=5.2:E=0.048 :Goto (95)
90 Q$="SAT":M=108.3:W=12.22:K=6.4:P=93.7:A=9;5:E=0.055
95 Gosub (120)

```

100 Print Q\$ ;" L.hélio=";L ;"R=";R

```

Elong.
102 U=L-Ø : Y=SQR(R*R+Z*Z-2*Z*R*Cos(U*G))
104 S=-R*Sin(U*G)/Y : S=ATN(S/SQR(1-S*S))/G
108 Print Q$ ;" Elong. =";S ;" R géo=";Y
110 Goto (10)

```

```

S.Pgw
120 M=M+W*T : M=M-360*Int(M/360) : G=3.141593/180
122 V=M+K*Sin(M*G) : L=V+P : L=L-360*Int(L/360)
124 R=A*(1-E*Cos(M*G))
126 Return

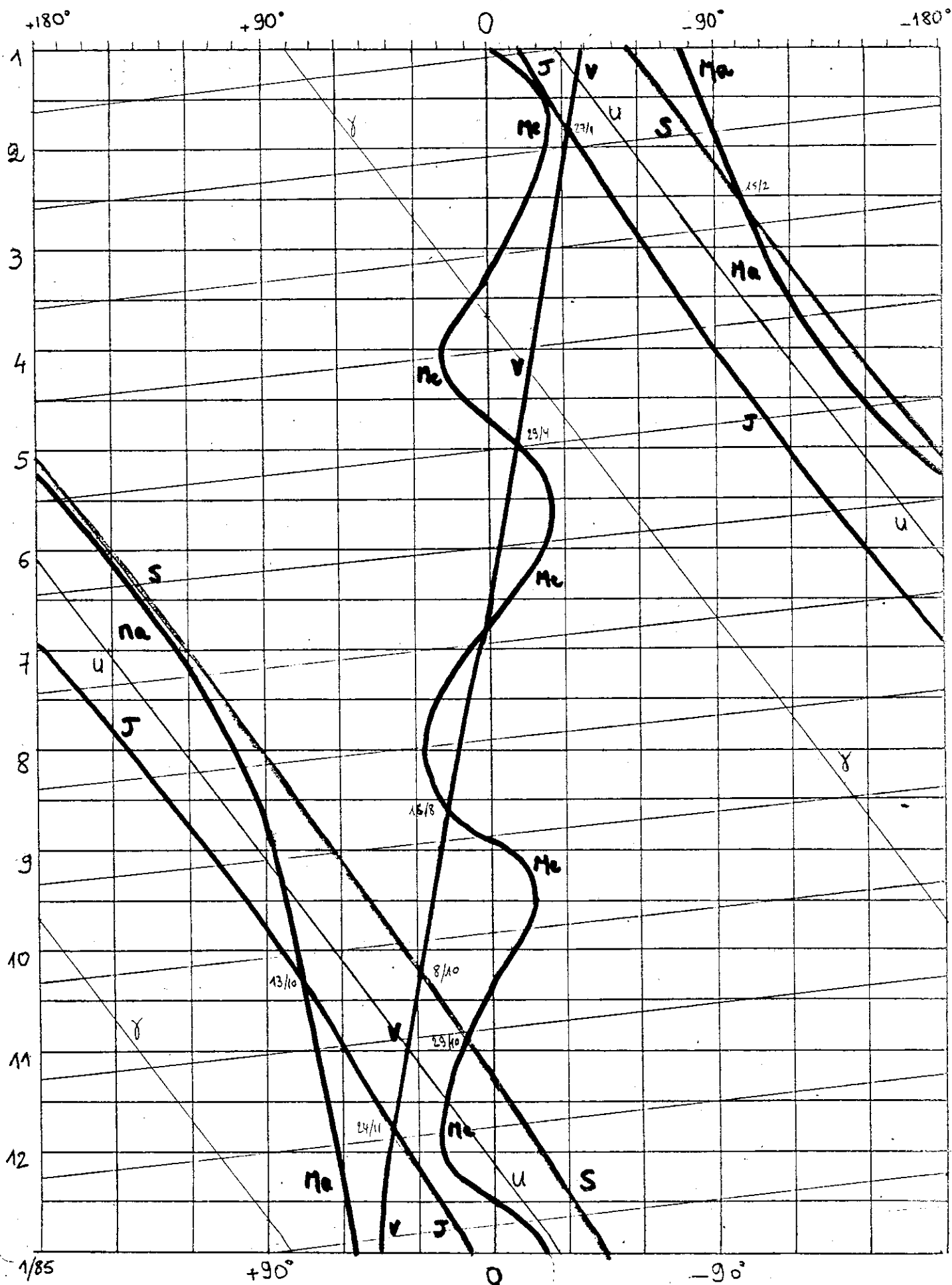
```

Contrôle: le 1er Janvier 1984  
DATE ? 101.1984

Planètes	ME(1)	VE(2)	TER(3)	MAR(4)	JUP(5)	SAT(6)
L.hel	104.37	178.662	99.659	169.382	263.358	219.725
R.hel	0.314	0.717	0.983	1.655	5.271	9.765
Elong.	-1.512	-39.730	-	-75.232	-13.759	-55.193
R.géo	0.670	1.100	-	1.606	6.221	10.293

Remarques:

- Les nombres entourés correspondent à des adresses (lignes)
- Le calcul de N utilise ici un algorithme classique. La constante 724354 dépend de l'origine choisie (ici 1/1/1983). Les dates utilisables sont comprises entre le 1/3/1900 et le 28/ 2/2100. Noter la forme d'introduction de la date : JJMM.AAAA
- Les coordonnées de la Terre sont d'abord calculées, puis gardées dans les mémoires Ø et Z
- Le cas de Mercure est différent des autres, car K dépend de M
- Pour le contrôle, les valeurs sont données avec 3 chiffres décimaux pour les angles et pour les distances (en UA). Ne garder par la suite que 1 seul chiffre.
- Le programme n'a pas été optimisé de façon à en avoir une lecture claire.



PLANETES 1984



La courbe de la Lune peut se tracer facilement: la Nouvelle-Lune correspond à  $S=0^\circ$ , le Premier-Quartier à  $S=90^\circ$ , la Pleine-Lune à l'opposition  $S=\pm 180^\circ$ , et le Dernier-Quartier à  $S=-90^\circ$ .

Les dates des phases lunaires figurent sur tous les "bons" calendriers de l'année.

A l'échelle du graphique, la "courbe" de la Lune est une série de segments de droite. La prévision des dates de conjonction entre Lune et planètes, ou entre planètes, est simple: ces dates correspondent aux intersections des courbes  $S$ . Il est à noter cependant qu'il s'agit ici des conjonctions en coordonnées écliptiques, alors que les "Ephémérides" indiquent celles en coordonnées équatoriales, très légèrement différentes. En effet (fig.4),

sur une carte du ciel en coordonnées  $(\alpha, \delta)$ , la trajectoire apparente du Soleil (écliptique) est une sinusoïde. Considérons un astre (A) et une planète se déplaçant sur (ou parallèlement à) l'écliptique. La conjonction équatoriale se produit quand la planète est en  $P_1$  et la conjonction écliptique a lieu en  $P_2$ . L'écart  $P_1P_2$  est nul vers les solstices d'été ou d'hiver.

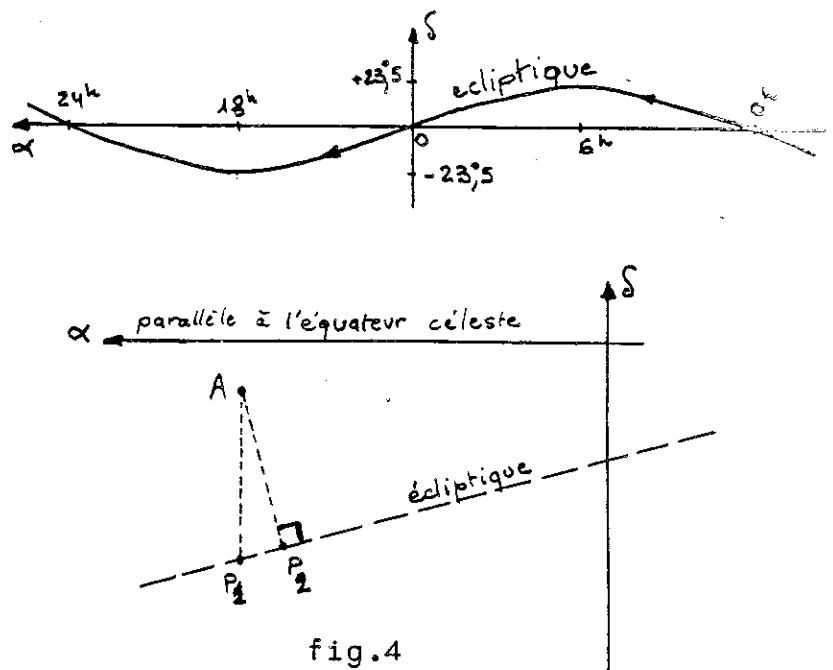


fig.4

Michel TOULMONDE

Professeur Ecole Normale Etienne

UN (NOUVEAU) FOURNISSEUR DE DIAPPOSITIVES ASTRONOMIQUES ET D'OUVRAGES  
D'ASTRONOMIE EN LANGUE ANGLAISE

WORLD DATA (BP 68 75060 PARIS 02; tel:(1) 508 85 66) permet de se procurer en France, rapidement, des ouvrages et documents originaux en langue anglaise. Des listes périodiques, envoyées gratuitement sur simple demande, signalent les nouveautés parues dans divers domaines, en particulier celui des "sciences de la Terre et de l'Espace" (série 100). Cette liste, en langue française, donne de chaque ouvrage une description, un commentaire et le prix.

La liste N°113 propose 18 séries de diapositives astronomiques éditées aux États-Unis et importées (148 f. la série de 20, franco de port): La Terre vue de l'Espace; Le visage de la Lune; Apollo 11, les premiers hommes sur la Lune; Les planètes vues de l'espace; Viking sur Mars; Jupiter vu par Voyager; Saturne vu par Voyager; Galaxies. Les diapositives sont de qualité; malheureusement, elles ne sont accompagnées d'aucun document explicatif.