

TRIANGULATION D'UN METEORE

Le 11 août 1982, plusieurs astronomes-amateurs du Club d'Astronomie de l'Université du Maine et du Club astronomique de Bercé ont photographié le ciel après concertation préalable. Le but était d'obtenir des clichés exploitables afin de déterminer la hauteur, la vitesse et la trajectoire d'une "étoile filante". La triangulation devient possible si on dispose de deux clichés pris au même instant en des lieux différents (les deux stations) ... et que l'on ait eu la chance de photographier le même météore. Ce fut le cas, à plusieurs reprises, pendant cette nuit mémorable !

Ce document a pour but de montrer comment il est possible, dans un premier temps, d'obtenir l'altitude du même point de la trajectoire de la météorite, à savoir celle du point d'explosion (E).

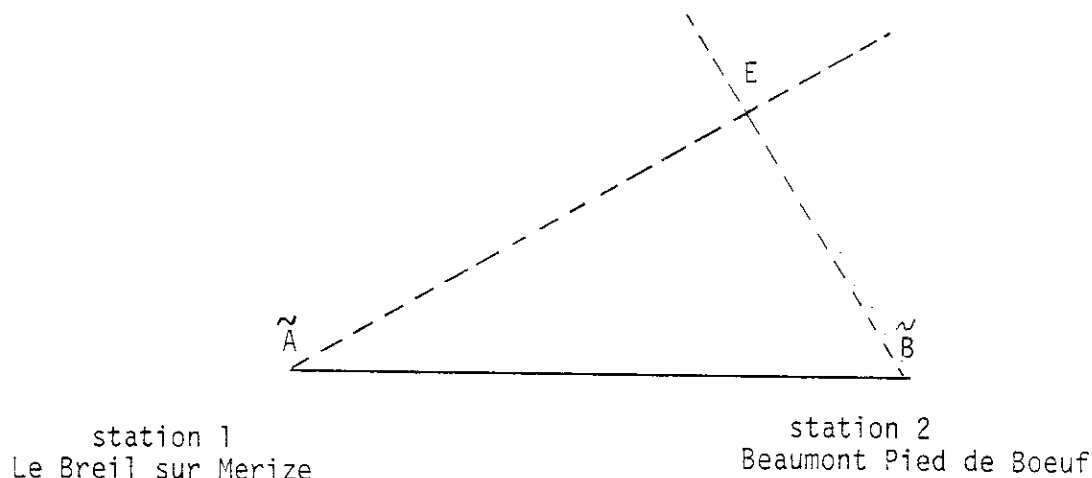


Figure 1

La figure 1 ci-dessus montre clairement que la ligne de visée $\tilde{A}E$ et la ligne de visée $\tilde{B}E$ rencontrent la voûte céleste étoilée en deux points différents. Les trajectoires des "étoiles filantes" seront décalées sur les clichés pris en A et en B par rapport au fond du ciel. La figure 2, résultant du compositage des deux clichés, fait voir ce décalage.

La ligne $\tilde{A}E$ rencontre la sphère céleste en E_1 et la ligne $\tilde{B}E$ en E_2 . Il nous faut déterminer les coordonnées équatoriales de ces deux points en utilisant celles des étoiles repères figurant sur les clichés.

1 - Coordonnées équatoriales de E_1 et E_2 .

Afin de simplifier les calculs, nous admettrons que les longueurs mesurées entre deux points images d'étoiles sont proportionnelles aux écarts angulaires de ces étoiles. Cela signifie que l'échelle du cliché exprimée par exemple en $^{\circ}/\text{mm}$ est constante sur la région concernée.

On choisit deux étoiles (1) et (2) situées de part et d'autre de la trace du météore. La ligne qui les joint donne une intersection A avec la trace.

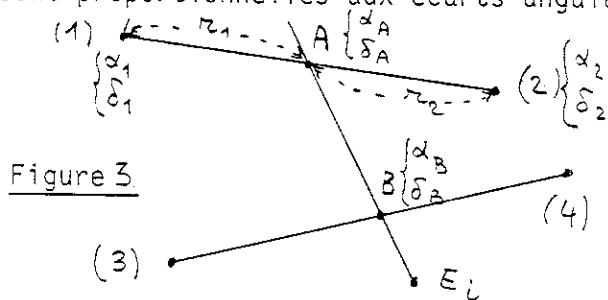


Figure 3

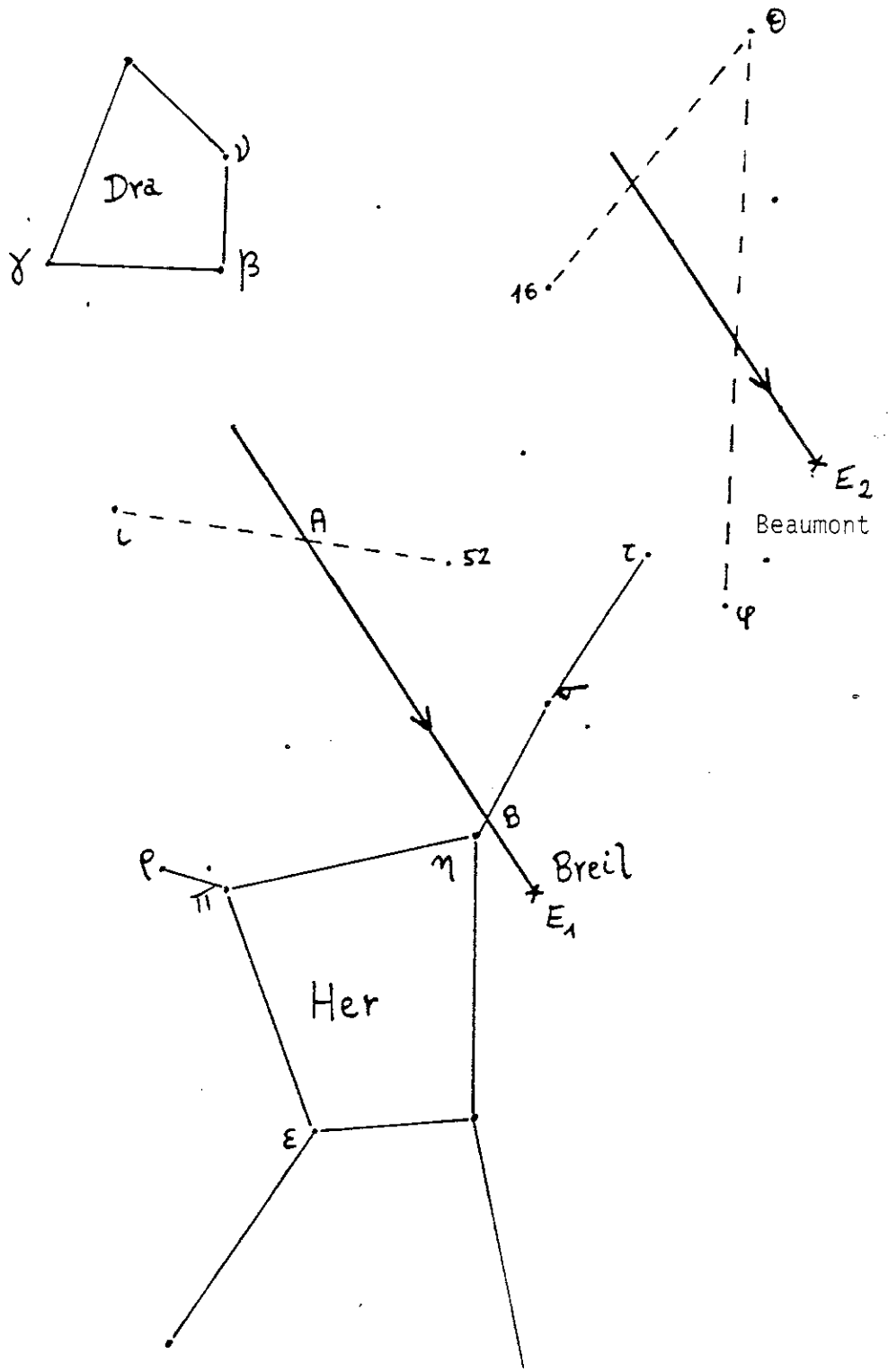


Figure n°2

L'hypothèse précédente se traduit par: $\frac{\alpha_1 - \alpha_A}{r_1} = \frac{\alpha_A - \alpha_2}{r_2} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{r_1 + r_2}$

r_1 et r_2 étant les distances de A aux étoiles, mesurées sur le cliché. De même:

$$\frac{\delta_1 - \delta_A}{r_1} = \frac{\delta_A - \delta_2}{r_2} = \frac{\delta_1 - \delta_2}{r_1 + r_2}$$

soit, finalement:

$$\begin{cases} \alpha_A = \frac{1}{2} \left[\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{r_2 - r_1}{r_1 + r_2} (\alpha_1 - \alpha_2) \right] \\ \delta_A = \frac{1}{2} \left[\delta_1 + \delta_2 + \frac{r_2 - r_1}{r_1 + r_2} (\delta_1 - \delta_2) \right] \end{cases}$$

Puis on refait les mêmes calculs pour obtenir les coordonnées équatoriales d'un autre point de la trace en choisissant un nouveau couple d'étoiles (3) et (4) ce qui conduit au point B.

En pratique, les coordonnées des étoiles (1), (2), (3) et (4) doivent être celles de l'instant de la prise de vue; nous lisons leurs coordonnées dans "Sky Catalogue 2000.0" et nous leur appliquons une correction de précession et de mouvement propre.

* exemple (voir figure 2)

	α_{1982}	δ_{1982}		
i Her	17h 38min 57s	46° 00' 55"	}	$r_1=27$ mm $r_2=22$ mm
52 Her	16h 48min 42s	46° 00' 50"		
η Her	16h 42min 17s	38° 57' 21"	}	$r_1=3$ mm $r_2=19$ mm
ϵ Her	16h 33min 31s	42° 28' 24"		

On obtient:

$$A \quad \begin{cases} \alpha_A = 17h 11min 16s \\ \delta_A = 46^\circ 00' 52'' \end{cases}$$

$$B \quad \begin{cases} \alpha_B = 16h 41min 05s \\ \delta_B = 39^\circ 26' 08'' \end{cases}$$

On détermine maintenant les coordonnées de E_1 (α_1, δ_1)

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\alpha_A + \alpha_B - \frac{r_1 + r_2}{r_1 - r_2} (\alpha_A - \alpha_B) \right]$$

$$\delta = \frac{1}{2} \left[\delta_A + \delta_B - \frac{r_1 + r_2}{r_1 - r_2} (\delta_A - \delta_B) \right]$$

ce qui donne $E_1 \quad \begin{cases} \alpha_1 = 16h 33min 32s \\ \delta_1 = 37^\circ 47' 27'' \end{cases}$

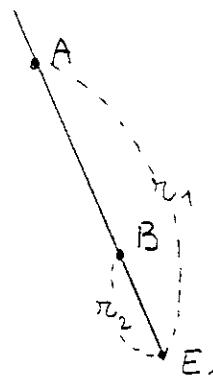


Figure 4

On procède de la même manière pour le point E_2 :

étoiles repères:

	α 1982	δ 1982
16 Dra	16h 35min 46s	52° 56' 08"
θ Dra	16h 01min 33s	58° 36' 47"
φ Her	16h 08min 12s	44° 58' 53"

on obtient finalement

$$E_2 \begin{cases} \alpha_2 = 15h 53min 05s \\ \delta_2 = 48^\circ 12' 11'' \end{cases}$$

2 - Coordonnées horizontales de E_1 et E_2 .

Il faut appliquer la transformation des coordonnées équatoriales en coordonnées horizontales (hauteur h et azimut A). Celle-ci fait intervenir les longitudes (λ) et latitudes (φ) des deux stations ainsi que l'instant d'observation (instant sidéral T à l'endroit donné).

Date: 11 août 1982

Heure: 23h 06min 17s TU

$$\text{Breil} \begin{cases} \varphi_1 = 48^\circ 00' 22'' \\ \lambda_1 = -0^\circ 28' 31'' \end{cases}$$

$$\text{Beaumont} \begin{cases} \varphi_2 = 47^\circ 45' 38'' \\ \lambda_2 = -0^\circ 24' 00'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 16h 33min 32s \\ \delta_1 = 37^\circ 47' 27'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_2 = 15h 53min 05s \\ \delta_2 = 48^\circ 12' 11'' \end{cases}$$

On applique dans chaque station les formules suivantes:

$$\begin{cases} \sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos (T - \alpha) \cos \delta \\ \sin A = \cos \delta \sin(T - \alpha) / \cos h \\ \cos A = (\sin \varphi \cos \delta \cos (T - \alpha) - \cos \varphi \sin \delta) / \cos h \end{cases}$$

$$T_1 = 20h 28 \text{ min } 31s$$

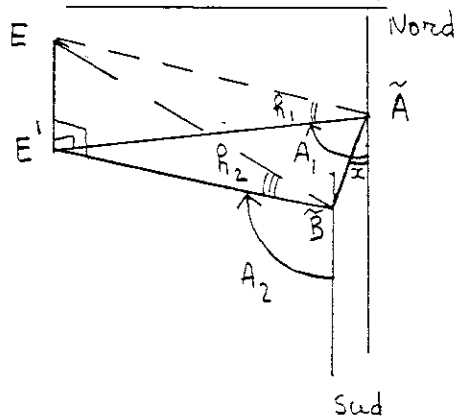
$$T_2 = 20h 28 \text{ min } 13s$$

on obtient les résultats suivants:

$$\text{Breil} \begin{cases} h_1 = 46^\circ 51' 51'' \\ A_1 = 98^\circ 51' 23'' \end{cases}$$

$$\text{Beaumont} \begin{cases} h_2 = 45^\circ 33' 59'' \\ A_2 = 117^\circ 26' 19'' \end{cases}$$

3 - Calcul de l'altitude.



x = azimut de \tilde{B} vu de \tilde{A}
 $a = \tilde{A}\tilde{B}$ = dimension de la base
 E' = projection de E sur le sol
 on calcule EE' , l'altitude, à partir de
 a, x, A_1, A_2, h_1, h_2
 $a = 27,87 \text{ km}$
 $x = 11,6^\circ$

$$H_1 = a \sin(A_2 - x) \operatorname{tg} h_1 / \sin(A_2 - A_1)$$

$$H_2 = a \sin(A_1 - x) \operatorname{tg} h_2 / \sin(A_2 - A_1)$$

ici on obtient:

$$H_1 = 89,79 \text{ km}$$

$$H_2 = 89,10 \text{ km}$$

$$\text{soit } H = \frac{H_1 + H_2}{2} = \underline{\underline{89,45 \text{ km}}}$$

4 - Position du radiant.

Le radiant est le "point du ciel" d'où semble venir l'étoile filante. Chaque trace photographique est un grand cercle de la sphère céleste. Le radiant est donc l'une des intersections des deux grands cercles dont les trajectoires font partie (figure 5)

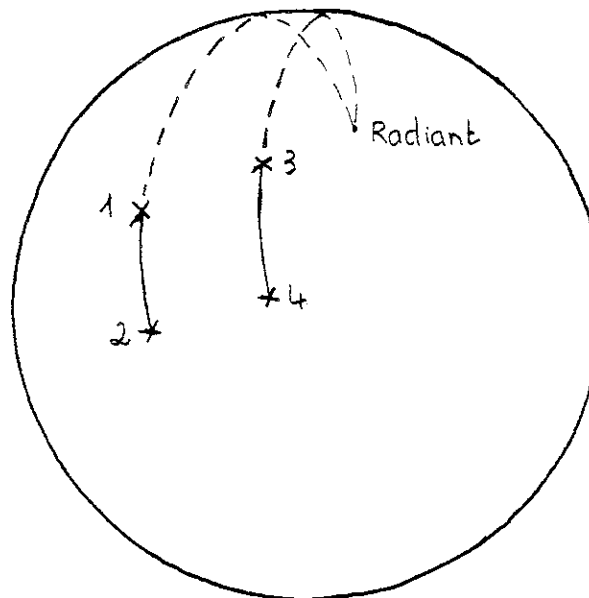


Figure 5

on applique les formules suivantes:

$$\operatorname{tg} \alpha_x = (\cos \alpha_2 \operatorname{tg} \delta_1 - \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_2) / (\sin \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_2 - \sin \alpha_2 \operatorname{tg} \delta_1)$$

$$\operatorname{tg} \delta_x = -\cos(\alpha_x - \alpha_1) / \operatorname{tg} \delta_1 = -\cos(\alpha_x - \alpha_2) / \operatorname{tg} \delta_2$$

$$\operatorname{tg} \alpha_y = (\cos \alpha_4 \operatorname{tg} \delta_3 - \cos \alpha_3 \operatorname{tg} \delta_4) / (\sin \alpha_3 \operatorname{tg} \delta_4 - \sin \alpha_4 \operatorname{tg} \delta_3)$$

$$\operatorname{tg} \delta_y = -\cos(\alpha_y - \alpha_3) / \operatorname{tg} \delta_3 = -\cos(\alpha_y - \alpha_4) / \operatorname{tg} \delta_4$$

$$\operatorname{tg} \alpha_R = (\cos \alpha_y \operatorname{tg} \delta_x - \cos \alpha_x \operatorname{tg} \delta_y) / (\sin \alpha_x \operatorname{tg} \delta_y - \sin \alpha_y \operatorname{tg} \delta_x)$$

$$\operatorname{tg} \delta_R = -\cos(\alpha_R - \alpha_x) / \operatorname{tg} \delta_x = -\cos(\alpha_R - \alpha_y) / \operatorname{tg} \delta_y$$

on trouve:

$$\begin{cases} \alpha_1 = 17^{\text{h}} 11^{\text{min}} 16^{\text{s}} \\ \delta_1 = 46^{\circ} 00' 52'' \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_2 = 16^{\text{h}} 33^{\text{min}} 32^{\text{s}} \\ \delta_2 = 37^{\circ} 47' 27'' \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_3 = 16^{\text{h}} 21^{\text{min}} 12^{\text{s}} \\ \delta_3 = 55^{\circ} 21' 05'' \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_4 = 15^{\text{h}} 53^{\text{min}} 05^{\text{s}} \\ \delta_4 = 48^{\circ} 12' 11'' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_R = 1^{\text{h}} 40^{\text{min}} 23^{\text{s}} \\ \delta_R = 29^{\circ} 40' 10'' \end{cases}$$

dans le "Triangle", près de M33

