



## Maths et Astronomie

### 9. Étoiles et galaxies

#### SOLUTIONS COMPLÉMENTS POUR L'ENSEIGNANT À PROPOS DES DOCUMENTS JOINTS

#### SOLUTIONS

1. Images **M&A CLEA Etoile Ex1.svg** et **M&A CLEA Etoile Ex1.png**

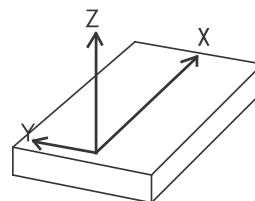
2. Images **M&A CLEA Etoile Ex2.svg**, **M&A CLEA Etoile Ex2.png** (repère seul) et **M&A CLEA Etoile Ex2 sol.png** (repère + solution)

Remarque : on peut améliorer l'exercice en représentant les étoiles par un disque plus ou moins gros suivant leur luminosité. La dernière colonne du tableau indique le rayon possible de l'étoile (arrondi au demi-millimètre) pour que l'aire du disque soit proportionnelle à la luminosité de l'étoile. Ici, les coordonnées sont indiquées pour une feuille A4 (dessin de la même taille que dans l'exercice 1).

Nom	Coordonnées	Éclat
Dubhe	(8,9 ; 3)	2
Merak	(10,6 ; -1,4)	1,5
Phekda	(4,7 ; -5,2)	1,5
Megrez	(2,1 ; -2,5)	1
Alioth	(-2,9 ; -3,4)	2
Mizar	(-6,8 ; -3,8)	2
Benetnash	(-11,2 ; -8)	2

3. Des données pour réaliser une maquette dans un repère (O, x, y, z).

Le fichier **La Grande Ourse en 3D.jar** vous permettra de visualiser la Grande Ourse en relief (le mode d'emploi est sur le fichier texte **La Grande Ourse en 3D.pdf**).



4. a. 80 000 000 000 000 km.    b.  $4 \cdot 10^{15}$  km.    c. 240 000 000 000 000 km    d.  $2,5 \cdot 10^{19}$  km.

5. Voir la feuille de calcul **M&A CLEA Etoiles calculs**

a.  $9,46 \cdot 10^{12}$  km ( $3 \cdot 10^5 \times 3600 \times 24 \times 365$ ).    b.  $4,1 \cdot 10^{15}$  km.    c. 8,6 al.    d.  $2,65 \cdot 10^{20}$  km.

6. Voir la feuille de calcul **M&A CLEA Etoiles calculs**

a. On peut utiliser la trigonométrie, les radians ou, ce qui revient au même, assimiler le rayon de l'orbite terrestre à un arc de cercle.

1 parsec =  $149\,600\,000 \text{ km} / \tan(1/3\,600) \approx 3,086 \cdot 10^{13} \text{ km}$  ; ou  $149\,600\,000 \times 360 \times 3600 / (2\pi)$   
en al :  $3,086 \cdot 10^{13} / (9,46 \cdot 10^{12}) \approx 3,26$  al.

b.  $1,2 \cdot 10^{15}$  km ou 124 al

c. En détail :  $149\,600\,000 \text{ km} / \tan(0,1 \times \pi / 180 / 3\,600) \approx 3,086 \cdot 10^{14} \text{ km}$  soit 10 parsecs.

Avec la relation de la question d, on a directement  $1/0,1 = 10$ .

d. On a  $d = 1/p$  à condition d'assimiler le rayon de l'orbite terrestre à un arc de cercle ou la tangente à l'angle en radian.

7. Voir la feuille de calcul **M&A CLEA Etoiles calculs**

a. Diamètre d'Antarès :  $10^9$  km.    Distance en km :  $5,7 \cdot 10^{15}$  km.    Diamètre apparent : 0,04"

b. Même Antarès apparaît ponctuelle.

L'interférométrie qui combine les images d'au moins deux télescopes distants permet maintenant de mesurer directement le diamètre de certaines étoiles.

8. Voir la feuille de calcul **M&A CLEA Etoiles calculs**

Aldébaran :  $0,00003 \text{ g/cm}^3$

Soleil :  $1,4 \text{ g/cm}^3$

Sirius B : environ  $2\,000\,000 \text{ g/cm}^3$  ou  $2 \text{ t/cm}^3$

**9. Voir la feuille de calcul M&A CLEA Etoiles calculs**

Si on appelle  $d$  la distance Terre Soleil et  $r$  le rayon du Soleil :

- a.  $4 \pi d^2$ .
- b.  $1370 \times 4 \pi d^2$ .
- c.  $4 \pi r^2$ .
- d.  $1370 \times 4 \pi d^2 / 4 \pi r^2$  soit  $1370 \times d^2 / r^2$
- e.  $(1370 \times d^2 / r^2 / \sigma)^{1/4}$  ; avec  $d/r = 214$ , on obtient 5 770 K.

**10. Voir la feuille de calcul M&A CLEA Etoiles calculs**

La formule de Stefan donne la puissance par  $m^2$  (l'émittance).  $14\,500\,000\text{ W/m}^2$

En divisant la puissance totale par l'émittance, on obtient la surface. :  $1,1 \cdot 10^{22} m^2$ .

On en déduit le rayon, presque  $30\,000\,000\,000\text{ m}$  soit  $30\,000\,000\text{ km}$  ou 42 rayons solaires.

**11. Voir la feuille de calcul M&A CLEA Etoiles calculs**

a. Valeurs de  $u_i/u_{i-1}$  : 0,46 ; 0,41 ; 0,36 ; 0,43 ; 0,43

Les résultats tournent autour de 0,4 (à 15% près). La suite ressemble très grossièrement à une suite géométrique.

b. Si  $E_n$  est un terme d'une suite géométrique, alors on peut écrire  $E_n = q^n \times E_0$   
d'où  $\log E_n = \log (q^n \times E_0)$  ;  $\log E_n = n \log q + \log E_0$  donc  $n = (\log E_n - \log E_0) / \log q$  .  
Donc  $n$  peut s'écrire sous la forme  $a \log E_n + b$ .  
On peut vérifier les questions a et b en plaçant dans un repère les points de coordonnées (grandeur, log(éclat)) (voir sur la feuille de calcul).

c.  $m = a \log E + b$  Relation (1)  
 $m + 5 = a \log E/100 + b$  d'où  $m + 5 = a (\log E - 2) + b$  Relation (2)  
On soustrait (1) et (2) membre à membre et on en déduit  $a$  :  $a = -2,5$ .

d. On a donc  $E = -2,5 \log E + 3,6$  (avec  $E$  en  $nW/m^2$ ).

Pollux	Castor	Mebsuta	Upsilon	Phi	61
1,14	1,99	2,96	4,07	4,98	5,90

e. Polaire : 2,15 ; Sirius : -1,46 ; Soleil : -26,74

f.  $m = -2,5 \log E + 3,6$   
 $m+1 = -2,5 \log E' + 3,6$   
On soustrait les égalités membre à membre :  $1 = -2,5 (\log E' - \log E)$   
Ce qui donne  $-0,4 = \log E'/E$  donc  $E'/E = 10^{-0,4} \approx 0,398$   
On trouve un nombre proche de 0,4, la "raison" approximative obtenue à la question a.

g.  $(10^{-0,4})^5 = 10^{-2} = 1/100$ .

Quand la magnitude augmente de 1, l'éclat est multiplié par  $10^{-0,4}$

Quand la magnitude augmente de 5, l'éclat est multiplié par  $(10^{-0,4})^5$  donc par 1/100.

Ce n'est pas un hasard, c'était la condition imposée à la question c.

Quand la magnitude augmente de 1, l'éclat est multiplié par la racine cinquième de 1/100 (environ 0,398) ou divisé par la racine cinquième de 100 (environ 2,512).

**12. Voir la feuille de calcul M&A CLEA Etoiles calculs**

- a.  $m = -2,5 \log E_1 + 3,6$  avec  $E_1$  éclat observé à la distance  $d$ .  
 $M = -2,5 \log E_2 + 3,6$  avec  $E_2$  éclat observé à 10 parsecs.  
 $m - M = -2,5 \log E_1/E_2$  (3)

L'éclat d'une étoile étant inversement proportionnel au carré de la distance, on a :

$$E_1 \times d^2 = E_2 \times 100 \text{ ou } E_1/E_2 = 100/d^2$$

La relation (3) devient  $m - M = -2,5 \log 100/d^2 = -2,5 (\log 100 - \log d^2) = -2,5 (2 - 2 \log d)$

Donc  $m - M = 5 \log d - 5$ . La quantité  $m - M$  s'appelle module de distance.

b et c.	Polaire	Soleil
$m$	1,97	-26,8
$d$ (parsec)	132	4,86116E-06
$m - M$	5,60	-31,57
$M$	-3,6	4,8

d.  $m - M = 1,25 + 8,73 \approx 10$  ; si  $5 \log d - 5 = 10$ ,  $d = 10^3$  parsecs soit un peu plus de 3 000 années lumière.

## COMPLÉMENTS POUR L'ENSEIGNANT

### À propos des constellations

La représentation de la Grande Ourse en 2D pourrait faire croire que les étoiles sont toutes à la même distance de nous, ce qui n'est absolument pas le cas. Dubhe par exemple est située à 130 années lumière contre 80 pour Merak.

Voir l'animation *La Grande Ourse en 3D.jar* (et le texte explicatif *La Grande Ourse en 3D.pdf*)

Les sept étoiles dessinées ici ne forment en réalité qu'une partie de la Grande Ourse (il manque les pattes et la tête). Elles peuvent représenter une casserole, un grand chariot... Les romains y voyaient sept boeufs de labours, en latin « septem triones », ce qui a donné le mot de septentrion qui désigne le nord.

### À propos des distances

La première méthode pour déterminer des distances d'étoiles a été celle décrite à l'exercice 6. Elle fonctionne bien pour les étoiles proches, d'autant plus que le satellite Hipparcos a mesuré ces parallaxes avec une précision de l'ordre du millième de seconde d'arc. Il existe d'autres méthodes pour les étoiles plus lointaines dont la parallaxe spectroscopique, qui consiste à déterminer la magnitude absolue à partir du spectre de l'étoile (voir l'exercice 12d).

### À propos des masses et des masses volumiques

La masse du Soleil se calcule facilement à partir du mouvement des planètes et de la loi de la gravitation universel.

Pour une étoile comme Sirius, le principe est le même. Cette étoile est en fait constituée de deux étoiles, la principale Sirius A, la plus lumineuse, et son compagnon Sirius B, petite étoile compacte que l'on sait maintenant être une naine blanche. Ces deux étoiles tournent l'une autour de l'autre. L'analyse de leur mouvement permet de déterminer directement leur masse.

Pour une étoile solitaire, c'est un peu plus difficile. C'est l'analyse de son spectre qui permet de savoir à quel type d'étoile on a affaire ; on peut alors trouver sa masse par comparaison avec des étoiles similaires de masse connue.

Pour le rayon des étoiles, voir l'exercice 10.

Les masses volumiques sont extrêmement variées, depuis des valeurs très faibles pour les supergéantes rouges, des étoiles énormes en fin de vie, jusqu'à des valeurs difficiles à imaginer dépassant la tonne par  $\text{cm}^3$  pour les naines blanches et le million de tonnes par  $\text{cm}^3$  pour les étoiles à neutrons, qui sont le reste du cœur d'une étoile ayant terminé sa vie principale.

## À PROPOS DES DOCUMENTS JOINTS

### **La Grande Ourse en 3D.jar et La Grande Ourse en 3D.pdf**

On peut tourner autour de la Grande Ourse pour voir son aspect de différents points de vue.

### **M&A CLEA Etoile Ex1.png, M&A CLEA Etoile Ex1.svg**

L'image à reproduire en format png ou svg.

### **M&A CLEA Etoile Ex2.png, M&A CLEA Etoile Ex2.svg et M&A CLEA Etoile Ex2 sol.png**

Le papier millimétré seul en png ou avec la solution (en png et svg).

### **M&A CLEA Etoile calculs**

Une feuille de calcul avec les solutions des exercices 5 à 12.

