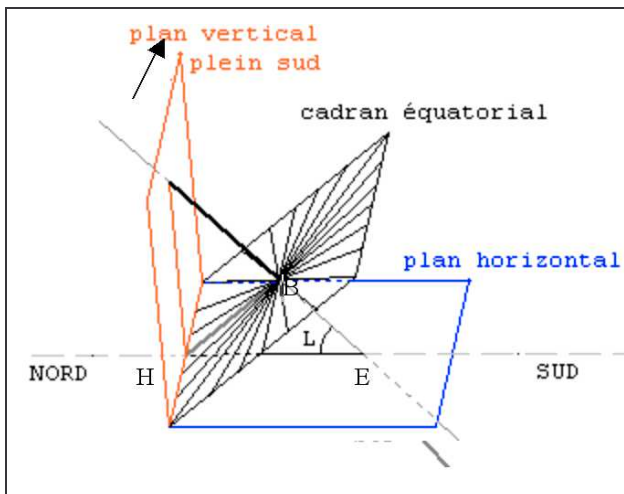
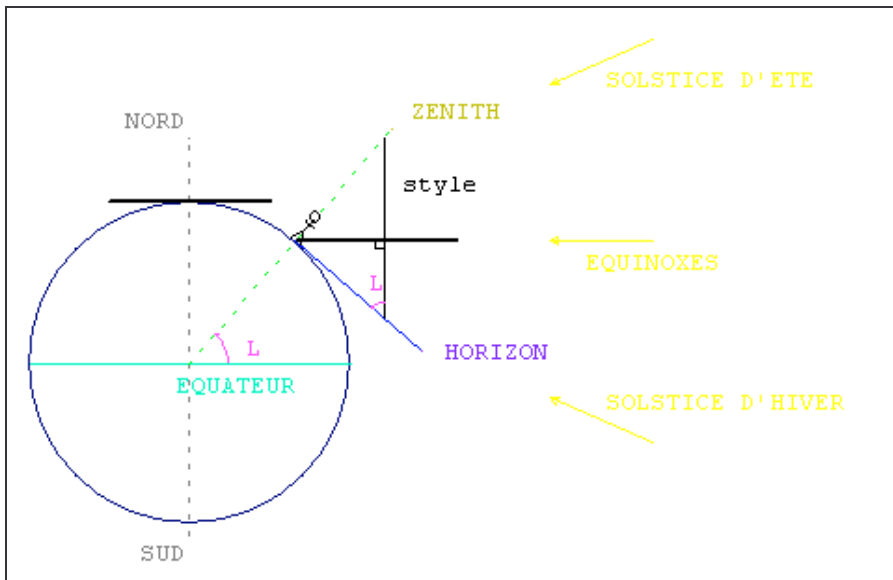




Maths et Astronomie
10. Cadrons solaires
 Activité supplémentaire

Graduation de l'équinoxiale d'un cadran solaire horizontal à partir d'un texte

Qu'est-ce que l'équinoxiale ?

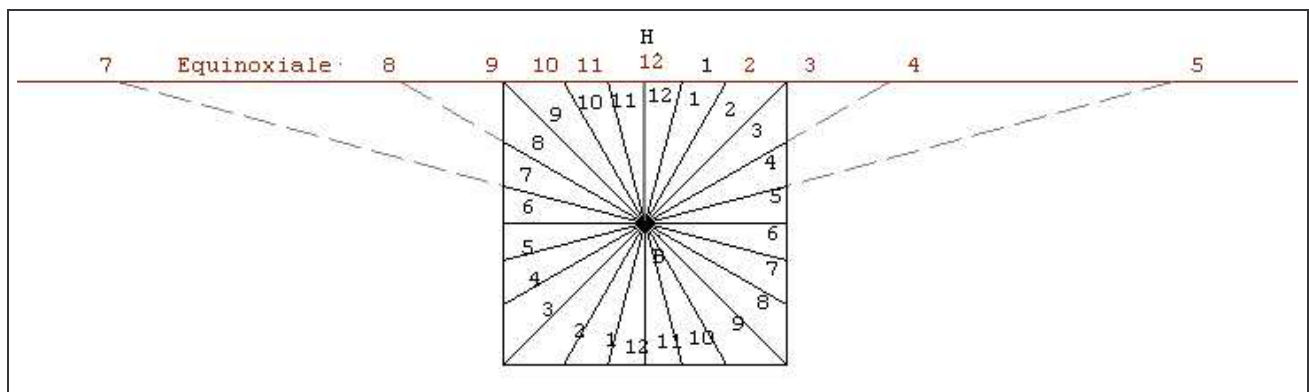


Pour un cadran solaire horizontal, l'*équinoxiale* est la droite d'intersection entre le plan équatorial et le plan horizontal.

BH, distance du centre du cadran équatorial à l'équinoxiale étant fixé et appelé a , la graduation horaire sur l'équinoxiale est entièrement déterminée.

La ligne horaire des 6 heures est parallèle à l'équinoxiale, donc la graduation 6 n'existe pas sur l'équinoxiale.

Les lignes horaires pour les heures avant 6 heures du matin ou après 18 heures sont dans le prolongement de lignes horaires tracées : par exemple la ligne horaire de 4 heures du matin est dans le prolongement de la ligne horaire de 16 heures (4 heures de l'après-midi).



Graduation de l'équinoxiale avec une ouverture de compas

Chacune des lignes horaires, la ligne de 12 h et l'équinoxiale forment un triangle rectangle remarquable BHh .

Heure h	1 ou 11	2 ou 10	3 ou 9	4 ou 8	5 ou 7
Angle hBH	15	30	45	60	75

Certains gnomonistes, amoureux de la géométrie ont proposé de construire la graduation de l'équinoxiale uniquement avec une ouverture de compas uniquement par jeu. C'est le texte dans *Horlogiographie* de Dom Pierre de Sainte Marie Magdelaine que nous vous proposons d'étudier.

Activité (texte situé à la fin de ce document)

En lisant la page 70 depuis « 2. *Construction* » jusqu'à « le point de 10 h », faire la construction pas à pas et marquer, sur l'équinoxiale, les heures 9&3, 4, 5, 11, 8, 7, 1, 2 puis 10.

On pourra s'aider de la figure en bas de la colonne 3.

Retrouver la valeur des angles hBH par des propriétés géométriques.

Remarque

En bas de la page 70 et en haut de la page 71 : construction de points tous les 30° sur un cercle. Cette construction élémentaire permet aussi de construire les lignes horaires.

Page 71 depuis « Pour trouver le centre des heures » jusqu'à « après midy » : c'est la construction du centre du cadran horizontal qui est proposé. Il faut donc tracer un angle égal à la latitude. Il peut se tracer au compas si la latitude est 30° , 45° ,...ou autre angle moitié ou multiple.

Ce centre étant construit, on peut tracer les lignes horaires du cadran horizontal.

Remarque

Pour tracer le centre d'un cadran méridional (cadran vertical orienté plein sud), l'angle à tracer est le complémentaire de la latitude.

Page 72 « Pour les demy heures » [...] « Prenez les intervalles » à « demie-heures »

Faire la construction des demi-heures. L'ouverture de compas change !

Retrouver la valeur des angles hBH par des propriétés géométriques.

Explications sous forme de questions / réponses

Dans un cadran équatorial de centre B, les angles des lignes horaires, issues de B sont des multiples de 15° . Plus précisément les angles horaires par rapport au méridien sont donnés dans le tableau :

Heure h (m. ou a.m.)	6 ou 18(6)	7 ou 17(5)	8 ou 16(4)	9 ou 15(3)	10 ou 14(2)	11 ou 13(1)	12
Angle horaire en degré	90	75	60	45	30	15	0

Dans la suite, on va montrer, en utilisant des propriétés simples du cercle ou du triangle, qu'en faisant la construction proposée par SMM on obtient bien les lignes horaires du cadran équatorial C_e , ou encore que l'angle HBh correspond bien à l'angle de la ligne horaire (Bh). Les chiffres utilisés en italique correspondent aussi à des points.

Remarques

12 est confondu avec le point H.

la ligne horaire des 6 heures est parallèle à l'équinoxiale, donc la graduation 6 n'existe pas sur l'équinoxiale.

Pour les heures

- 1) Montrer que l'angle $HB3$ est égal à 45° (ou que B3 est la ligne horaire de 3 heures de C_e).
- 2) Montrer que B, P et 4 sont trois points alignés et que B4 est la ligne horaire de 4 heures de C_e .
- 3) Quel est la mesure de l'angle $P\hat{O}B$? Sachant que (PO) coupe (KL) en 2, en déduire que B2 est la ligne horaire de 2 heures de C_e .
- 4) Montrer que 5, B, 11, O sont sur un même cercle. En déduire la mesure de l'angle $B5$ 11 puis que B5 est la ligne horaire de 5 heures de C_e .
- 5) Montrer que le triangle (5B11) est rectangle. En déduire que B11 est la ligne horaire de 11 heures de C_e .

Conclusion

Les lignes B3, B4, B2, B5, B11 correspondent bien aux lignes horaires du cadran équatorial.

Par symétrie tout simplement ou par une construction identique en partant de R, symétrique de P par rapport à (OB), on obtient les lignes horaires et graduations des heures 9, 8, 10, 7 et 1.

Pour les $\frac{1}{2}$ heures et les $\frac{1}{4}$ d'heures

- 1) Montrer que la construction suivante : « Le compas ouvert de B jusqu'au point de 3 heures et tourné de 3 sur l'équinoxiale donnera 10 h 1/2 d'une part et de l'autre 4 heures & demie » donne la ligne horaire de 4 h 30 et de 10 h 30 du C_e .
Dans un premier temps, on montrera que le triangle $4\frac{1}{2}B3$ est isocèle et on déterminera ses angles pour en déduire que $B4\frac{1}{2}$ est la ligne horaire de 4 heures $\frac{1}{2}$ de C_e .
Dans un deuxième temps, en remarquant que les points $4\frac{1}{2}$, B, $10\frac{1}{2}$ et O sont sur un même cercle, on montrera que $B10\frac{1}{2}$ est la ligne horaire de 10 heures $\frac{1}{2}$ de C_e .
- 2). Généraliser la méthode avec tous les points des heures impaires pour obtenir toutes les lignes horaires des $\frac{1}{2}$ heures. Pourquoi n'utilise-t-on que les points des heures impaires ?

En partant des points des $\frac{1}{2}$ heures, on peut obtenir la graduation au quart d'heure.



2- Construction par une ouverture de compas par Sainte Marie Magdelaine (1610 ?-1648) dans Horlogiographie

70 Chap. I I. Proposition I.

2. *Construction*, par une seule ouverture de compas. Tirez la ligne AB, pour meridiennne en la fig. lxxx. pl. 18. b. & KL, pour l'Equinoxiale, s'entrecoupans à angles droits au point H, sur lequel ferez le cercle de l'Equateur de la grandeur proportionnée à l'espace proposé: ce cercle coupera la meridiennne aux points OB, & l'équinoxiale aux points 9. & 3. qui seront les points de 9. heures avant midy, & de trois heures après midy, puis de la même ouverture du compas, portez une pointe sur B, & l'autre sur P, détournez au point 4. & de 4. par deux pas ou deux tours du compas sur 5. & de 5. revenez par quatre tours sur 11. Derechef mettez le compas sur B & sur R, & de R, retournez sur 8. & de 8. par deux tours sur 7. & de 7. revenez par quatre tours sur 1. puis du point O, tirez une ligne occulte au point P, la section que cette ligne fera en l'équinoxiale, designera le point de deux heures, & faisant le même de l'autre côté du point O, au point R, la section en l'équinoxiale marquera le point de 10. heures.]

Si le cercle de l'Equateur est divisé en 12. parties, il montrera les mêmes points des heures, comme on pourra entendre par la même

de l'horisontal. 71

figure, & cette division se fera avec la même ouverture du compas, en mettant un pied du compas sur chacun des 4. points O, 9, B, 3, & l'autre pied marquera de part & d'autre des points sur le même cercle; puis mettant la règle sur le point B, & la faisant suivre sur les points marquez sur le cercle, tirant les lignes occultes qui marqueront les points des heures sur l'Equinoxiale.

Pour trouver le centre des heures avec l'axe, prenez le degré de la hauteur du pôle sur l'arc 9 GO. commençant à 9. & finissant au point G; & par le même point G, & le centre H, tirez une ligne occulte, au bout de laquelle au point G, faites la perpendiculaire EGN, laquelle sera l'axe, & marquera le centre des heures par son intersection avec la meridiennne AB, au point E; & de ce point E, vous tirerez des lignes par tous les points marquez sur l'équinoxiale KL, qui seront les lignes des heures; la ligne de 6. heures sera tirée par une ligne parallèle à l'équinoxiale, passant par le centre E. Les lignes de quatre & cinq du matin, & de sept & huit du soir, seront faites en prolongeant au delà du centre E, les lignes de quatre & cinq, & de 7. & 8. avant & après midy.]

E iij

72 Chap. II. Proposition I.

Pour les demy heures divisez le quart H MB, en 12. parties, & faites comme cy-devant: ou bien prenez les intervalles d'entre le point B, & ceux des heures du nombre impair, 1, 3, 5, 7, 9, 11, sur l'équinoxiale KL, & les transferez de ces heures impair de part & d'autre, ainsi le compas ouvert de B, jusqu'au point de 3. heures, & tourné de 3. sur l'Equinoxiale donnera 10. heures & demie d'une part, & de l'autre 4. heures & demie: l'intervale de B, à 11. tourné de part & d'autre de 11. donne 8. & demie, & 2. & demie: l'espace de B, 1. donne 3. & demie, & 9. & demie: de B, 9. donne 7. & demie, & 1. & demie: de B, 7. donne 6. & demie, & demie heure après midy: enfin de B, à 5. tourné de part & d'autre de 5. fait 5. & demie, & 11. & demie. Par la même raison on pourra pratiquer les points correspondans aux quarts d'heures, étendant le compas de B, sur chaque demie heure.]

Fig. lxxxix

