



## 8. Système solaire

École élémentaire, Collège, Lycée

### OBJECTIFS

- Appliquer diverses notions mathématiques dans de petits exercices d'astronomie : nombres, puissances de 10, volumes, échelles, vitesses...

### INTRODUCTION

Le système solaire peut donner lieu à toutes sortes de problèmes. Des problèmes d'écriture de grands nombres dès la 6<sup>e</sup> ou avec des puissances de 10 en 4<sup>e</sup>, des problèmes d'échelles ou de volumes, des applications de formules... Mais on y trouve aussi de nombreux problèmes de géométrie utilisant les théorèmes de Pythagore et d'al Kashi, la trigonométrie dans le triangle rectangle ou le triangle quelconque ...

### EXERCICES

1	CM, 6 <sup>e</sup>	Écriture des grands nombres, ordre.
2	4 <sup>e</sup>	Puissances de 10.
3	5 <sup>e</sup> - 4 <sup>e</sup>	Échelles.
4	6 <sup>e</sup> - 5 <sup>e</sup>	Conversions, proportionnalité.
5	5 <sup>e</sup>	Quotients, pourcentages.
6	3 <sup>e</sup>	Aire et volume d'une sphère. Agrandissement et réduction.
7	3 <sup>e</sup>	Masse volumique.
8	4 <sup>e</sup> - 3 <sup>e</sup>	Puissances. Application d'une formule.
9	4 <sup>e</sup> - 3 <sup>e</sup>	Puissances. Application d'une formule.
10	5 <sup>e</sup> à 3 <sup>e</sup> ...	Longueur d'un cercle, calcul de vitesse.
11	2 <sup>de</sup> ...	Al Kashi ou loi des sinus.
12	3 <sup>e</sup> - 2 <sup>de</sup>	Pythagore, trigonométrie, tangente, échelles.
13	2 <sup>de</sup> ...	Al Kashi, fonctions.
14	3 <sup>e</sup> - 2 <sup>de</sup> ...	Vitesse angulaire ou équations.
15	1 <sup>ère</sup>	Coordonnées polaires, al Kashi, aire d'un triangle, tableur.

### SUPPLÉMENTS

Vous trouverez en plus sur le CD un fichier texte avec les solutions et des commentaires, des feuilles de calcul pour les exercices 7, 8, 15 et pour les solutions des exercices 3, 5 à 10, 13 et 15, un fichier GeoGebra pour l'exercice 11, un fichier Geoplan animé pour l'exercice 14 ainsi qu'une fiche pour le calcul de la distance du Soleil à partir du passage de Vénus de 2004.

Distances

1. Lecture de tableau et grands nombres

Planète	Distance moyenne au Soleil en km	Durée de révolution	Diamètre en km
Mercure	.....	88 j	4 879
Vénus	.....	225 j	12 104
Terre	.....	1 an	12 756
Mars	.....	1 an 322 j	6 792
Jupiter	.....	11 ans 315 j	142 984
Saturne	.....	29 ans 167 j	120 536
Uranus	.....	84 ans	51 118
Neptune	.....	165 ans	49 528

Voici les distances moyennes des planètes au Soleil, données en km dans le désordre : 149600000 ; 227900000 ; 2869600000 ; 1427000000 ; 108200000 ; 4496600000 ; 57900000 ; 778300000.

a. Compléter le tableau, sachant que les planètes sont classées de la plus proche à la plus lointaine du Soleil (penser à mettre les espaces dans les nombres).

b. Classer les planètes de la plus petite à la plus grande.

.....  
.....

c. Vrai ou faux ?

- 1. Plus une planète est éloignée du Soleil, plus elle est grosse.
- 2. Plus une planète est loin du soleil, plus elle met de temps à en faire le tour.
- 3. Mars peut être à moins de 100 millions de km de la Terre.
- 4. La planète Mars peut être à plus de 300 millions de km de la Terre.

## 2. Distances et puissances de 10

Tableau à compléter

en notation scientifique

Terre Lune	400 000 km	
Terre Soleil	149 600 000 km	
Soleil Jupiter	778 millions de km	
Soleil Neptune		$4,5 \times 10^9$ km
Soleil Vénus		$1,08 \times 10^8$ km

## 3. Échelles. Représentation du système solaire

Pour faire une maquette du système solaire à l'échelle, on décide de représenter le Soleil par une bille de 14 mm de diamètre alors que son diamètre réel est de 1 400 000 km.

a. Déterminer l'échelle de cette représentation.

b. Compléter ce tableau en conservant la même échelle.

Planète	Diamètre moyen en km	Diamètre sur la maquette en mm	Distance moyenne au Soleil en km	Distance sur la maquette
Mercure	4 900		57 900 000	
Vénus	12 100		108 200 000	
Terre	12 700		149 600 000	
Mars	6 800		227 900 000	
Jupiter	140 000		778 300 000	
Saturne	116 000		1 427 000 000	
Uranus	50 700		2 870 000 000	
Neptune	49 200		4 497 000 000	

#### 4. Conversions

L'unité astronomique (en abrégé UA) est la distance moyenne Terre Soleil.  
On prendra  $1 \text{ UA} = 150\,000\,000 \text{ km}$ .

Compléter le tableau (les distances seront arrondies au million de km près et au centième d'unité astronomique) :

Distance au Soleil	Vénus	Terre	Saturne	Neptune
en km		150 000 000	1 429 000 000	
en UA	0,72			30

### **Rayons, aires, volumes, masses**

#### 5. Aplatissement

	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
Rayon équatorial (km)	6 052	6 378	3 396	71 492	60 268
Rayon polaire (km)	6 052	6 357	3 376	66 854	54 364
Période de rotation	243 j	24 h	24 h 40	10 h	10 h 40

On appelle aplatissement d'une planète, le rapport :  
(rayon équatorial – rayon polaire) / rayon équatorial

- Calculer l'aplatissement de chacune de ces planètes.
- Les résultats ont-ils un rapport avec la période de rotation ?

#### 6. Comparaison de rayons, d'aires et de volumes

	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
Rayon moyen (km)	6 050	6 370	3 390	69 900	58 200

- Calculer l'aire  $A_V$  de la surface de Vénus puis  $A_S$ , l'aire de la surface de la Saturne.
- Calculer le volume  $V_V$  de Vénus puis  $V_S$ , le volume de Saturne.
- Compléter :  
Le rayon de Saturne vaut environ ..... fois le rayon de Vénus  
L'aire de Saturne vaut environ ..... fois l'aire de Vénus.  
Le volume de Saturne vaut environ ..... fois le volume de Vénus.
- En utilisant les données du tableau mais sans effectuer de calcul, peut-on trouver approximativement le rapport entre les aires de la Terre et de Mars ? et entre leurs volumes ?

## 7. Masses volumiques

Calculer la masse volumique de chacune des planètes, en  $\text{g/cm}^3$ .

	Masse (kg)	Rayon moyen (km)	Masse volumique ( $\text{g/cm}^3$ )
Mercure	$3,3 \times 10^{23}$	2 440	
Vénus	$4,87 \times 10^{24}$	6 050	
Terre	$5,97 \times 10^{24}$	6 370	
Mars	$6,42 \times 10^{23}$	3 390	
Jupiter	$1,9 \times 10^{27}$	69 900	
Saturne	$5,68 \times 10^{26}$	58 200	
Uranus	$8,68 \times 10^{25}$	25 400	
Neptune	$1,02 \times 10^{26}$	24 600	

## Formules

### 8. Troisième loi de Kepler

a = distance moyenne au Soleil.

T = période de révolution (temps que met une planète à faire le tour du Soleil).

L'astronome Kepler, au début du XVII<sup>e</sup> siècle a cherché une loi reliant la période de révolution (T) des planètes à leur distance au Soleil (a).

Planète	a, distance au Soleil en millions de km	T, période de révolution sidérale
Mercure	58	88 j
Vénus	108	224,7j
Terre	150	365,256 j
Mars	228	687 j
Jupiter	778	4 333 j (11,86 a)
Saturne	1 427	10 759 j (29,46 a)

Laquelle de ces lois est la bonne ?

$a \times T = \text{constante}$  (1)

$a/T = \text{constante}$  (2)

$a^3/T^2 = \text{constante}$  (3)

$a^2/T^3 = \text{constante}$  (4)

## 9. Loi de Titius Bode

Au XVIII<sup>e</sup> siècle, deux astronomes imaginèrent une loi donnant la distance des planètes :

$$D = 0,4 + 0,3 \times 2^n$$

Planète	a, distance moyenne au Soleil en UA (Unité Astronomique)
Mercure	0,39
Vénus	0,72
Terre	1
Mars	1,52
Jupiter	5,2
Saturne	9,5
Uranus	19,2
Neptune	30,1

**a.** Chercher à vérifier cette loi en prenant comme valeur de  $n$  : 0 pour Vénus, 1 pour la Terre, 2 pour Mars, 4 pour Jupiter, 5 pour Saturne, 6 pour Uranus et 7 pour Neptune.

**b.** Calculer  $D$  pour  $n = 3$ . On découvre plus tard, en 1801, une petite planète située entre Mars et Jupiter à 2,77 UA du Soleil. On la nomma Cérès.

On dénombre aujourd'hui plusieurs milliers d'astéroïdes dans cette région entre 2 et 4 UA du Soleil.  
(1 UA = 150 000 000 km)

## Orbites et mouvements

### 10. Vitesse des planètes

Calculer la vitesse des différentes planètes sur leur orbite.

On suppose que les orbites sont circulaires et les mouvements uniformes.

Planète	Distance au Soleil en millions de km	Période de révolution sidérale
Mercure	58	88 j
Vénus	108	224,7j
Terre	150	365,256 j
Mars	228	687 j
Jupiter	778	4 333 j (11,86 a)
Saturne	1 427	10 759 j (29,46 a)

### 11. Distance de Vénus

On observe Vénus à 30° du Soleil. À quelle distance de nous est-elle ?

Données :

Distance Terre - Soleil : 150 000 000 km.

Distance Vénus - Soleil : 108 000 000 km.

On suppose les orbites des planètes circulaires, coplanaires et centrées sur le Soleil.

## 12. Vénus

Dans tout le problème, on suppose que la Terre et Vénus tournent autour du Soleil dans le même plan en suivant des orbites circulaires à vitesse constante et dans le même sens.

On notera  $R_T$  le rayon de l'orbite terrestre (en km),  $R_V$  le rayon de l'orbite de Vénus (en km),  $P_T$  et  $P_V$  les périodes ou durées de révolution respectives de la Terre et Vénus (en jours).

On prendra :  $R_T = 150\,000\,000$  ;  $R_V = 108\,000\,000$  ;  $P_T = 365$  ;  $P_V = 225$ .

a. Écrire  $R_T$  et  $R_V$  en notation scientifique.

b. Faire un schéma à l'échelle  $1/10^{13}$  représentant les orbites des deux planètes. On notera S le Soleil.

c. Vénus et la Terre ont sensiblement le même diamètre (entre 12 000 et 13 000 km). Calculer ce que deviendrait ce diamètre à cette échelle.

d. Sur ce schéma, noter T la position de la Terre à un endroit quelconque de son orbite,  $V_1$  la position de Vénus la plus proche de la Terre ("conjonction inférieure") et  $V_2$  la plus lointaine ("conjonction supérieure"). Calculer  $TV_1$  et  $TV_2$ .

e. Placer Vénus sur le schéma (position  $V_3$ ) pour que l'angle  $\widehat{STV}$  soit le plus grand possible ("élongation maximale"). Calculer alors la distance  $TV_3$  et  $\widehat{STV}_3$ .

f. Imaginez ensuite comment apparaît Vénus en  $V_3$  dans un télescope (chercher la partie de Vénus éclairée par le Soleil).

g. Une même position apparente de Vénus (par exemple une conjonction inférieure) revient tous les 584 jours. Calculer le nombre de tours effectués par la Terre puis par Vénus autour du Soleil pendant ce temps. Conclure.

## 13. Encore Vénus

On demande d'écrire et de représenter la distance de la Terre à Vénus en fonction du temps.

On prendra comme origine des temps une conjonction inférieure de Vénus (alignement Soleil Vénus Terre) et on supposera les orbites circulaires et parcourues à vitesse constante.

Données :

Rayon de l'orbite de Vénus : 108 000 000 km. Période : 225 jours

Rayon de l'orbite de la Terre : 150 000 000 km. Période : 365 jours

## 14. Période synodique et période sidérale

Le 3 mars 2012, le Soleil, la Terre et la planète Mars étaient alignés dans cet ordre. On cherche à quelle date on retrouvera un tel alignement.

Données :

Période de révolution de la Terre : 365 jours

Période de révolution de Mars : 687 jours

On suppose les orbites des planètes circulaires, centrées sur le Soleil, coplanaires et parcourues à vitesse constante dans le même sens.

## 15. Orbite elliptique et loi de Kepler

Chiron est un astéroïde d'environ 200 km de diamètre qui orbite autour du Soleil entre Saturne et Uranus. Son orbite n'est pas circulaire.

Le tableau ci-dessous donne sa position en coordonnées polaires au début de chaque année entre 2000 et 2050. L'origine du repère est le Soleil, l'unité de longueur est l'unité astronomique (distance moyenne Terre Soleil soit 149,6 millions km) et l'unité d'angle est le degré.

Date	$\rho$	$\theta$
2000	9,82	0
2001	10,46	12
2002	11,14	22,5
2003	11,84	31,8
2004	12,54	40,1
2005	13,22	47,5
2006	13,87	54,2
2007	14,49	60,4
2008	15,08	66
2009	15,62	71,2
2010	16,13	76,1
2011	16,59	80,7
2012	17,01	85,1
2013	17,38	89,3
2014	17,72	93,3
2015	18,01	97,1
2016	18,25	100,8

Date	$\rho$	$\theta$
2017	18,46	104,5
2018	18,62	108,1
2019	18,75	111,6
2020	18,83	115,1
2021	18,87	118,5
2022	18,86	122
2023	18,81	125,5
2024	18,72	129
2025	18,59	132,5
2026	18,41	136,1
2027	18,19	139,8
2028	17,93	143,6
2029	17,62	147,5
2030	17,27	151,5
2031	16,88	155,7
2032	16,45	160,2
2033	15,98	164,8

Date	$\rho$	$\theta$
2034	15,46	169,8
2035	14,91	175,2
2036	14,31	180,9
2037	13,68	187,2
2038	13,02	194,2
2039	12,34	201,8
2040	11,64	210,4
2041	10,94	220,1
2042	10,27	231,1
2043	9,64	243,5
2044	9,11	257,6
2045	8,72	273,1
2046	8,5	289,7
2047	8,48	306,9
2048	8,67	323,7
2049	9,04	339,4
2050	9,54	353,7

- Calculer la distance parcourue chaque année par Chiron en assimilant l'arc de trajectoire parcouru en un an à un segment.
- En déduire la vitesse moyenne de Chiron chaque année en  $\text{m.s}^{-1}$ . Comparer cette vitesse à la distance au Soleil.
- La deuxième loi de Kepler dit que "le segment reliant le Soleil et la planète balaie des aires égales pendant des durées égales".  
Pour chercher à vérifier cette loi, calculer l'aire de chacun des triangles  $SC_aC_{a+1}$  où S est le Soleil et  $C_a$  la position de Chiron l'année a.

Question supplémentaire :

Représenter la trajectoire de Chiron.

