



Maths et Astronomie

3. Saisons

SOLUTIONS COMPLÉMENTS POUR L'ENSEIGNANT À PROPOS DES DOCUMENTS JOINTS

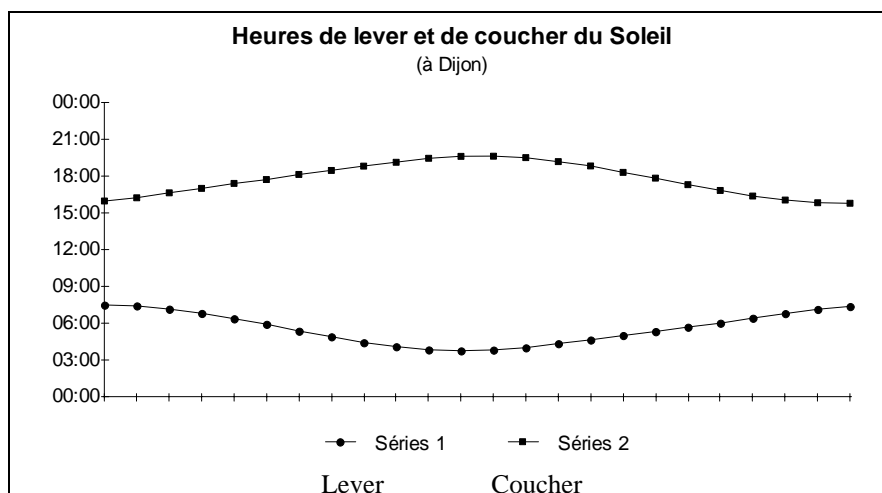
SOLUTIONS

Exercice 1

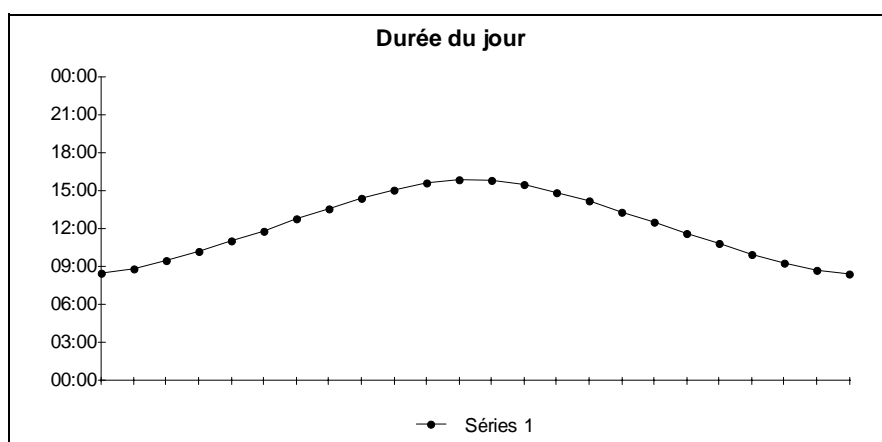
Avant de se lancer dans les calculs, il est intéressant de demander aux élèves à quelles dates d'après eux les journées sont les plus courtes. Peu d'enfants savent que c'est fin décembre. Le travail peut être réparti entre les élèves.

Remarque : si on calcule la durée moyenne de la journée, on trouve ici 12 h 10 et non 12 h, principalement à cause de la réfraction atmosphérique qui avance le lever et retarde le coucher du Soleil.

On a noté ici les heures de lever et de coucher du Soleil. La durée de la journée est la partie comprise entre le lever et le coucher.



Sur cet autre graphique, on a représenté uniquement la durée de la journée en fonction de la date.



Une feuille de calcul donne les heures de lever et de coucher du Soleil pour les villes de Bordeaux, Dijon, Lille, Lyon, Marseille, Paris, Poitiers Rennes, Strasbourg et Toulouse.

Exercice 2 (exercice à adapter à sa latitude)

On peut conseiller aux élèves de tracer certaines parallèles passant par M (ou par T).

a. $\text{mes } (\widehat{\text{pMs}}) = 90^\circ - 23,4^\circ = 66,6^\circ$

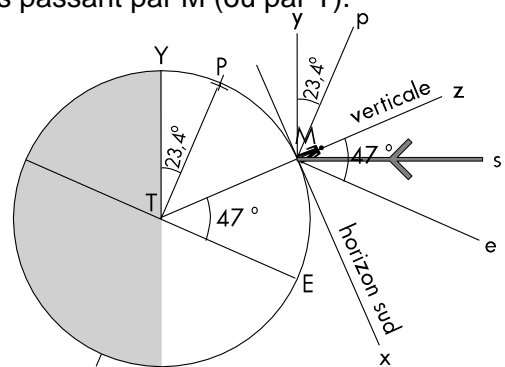
$$\text{mes}(\widehat{\text{sMe}}) = \text{mes}(\widehat{\text{pMe}}) - \text{mes}(\widehat{\text{pMs}}) = 90^\circ - 66,6^\circ = 23,4^\circ$$

NB : \widehat{yMp} et \widehat{sMe} ont des côtés perpendiculaires. On a trouvé qu'ils avaient même mesure.

$$\text{mes } (\widehat{x\text{Me}}) = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$$

$$\text{mes}(\widehat{xMs}) = \text{mes}(\widehat{xMe}) + \text{mes}(\widehat{eMs}) = 43^\circ + 23,4^\circ = 66,4^\circ$$

b. $\text{mes } (\widehat{xMs}) = 43^\circ - 23,4^\circ = 19,6^\circ$



À midi solaire, le Soleil culmine à $66,4^\circ$ au-dessus de l'horizon, le jour du solstice d'été et à $19,6^\circ$ seulement au solstice d'hiver.

c. On trouve $90^\circ - \varphi + 23,4^\circ$ et $90^\circ - \varphi - 23,4^\circ$ à condition d'être situé entre le tropique et le cercle polaire ($23,4 < \varphi < 66,6$)

Exercice 3 (voir la feuille de calcul M&A CLEA 03 Saisons ex3)

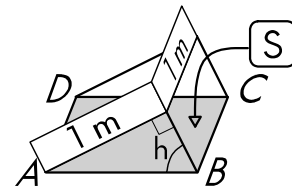
a. $BC = 1 \text{ m}$

b. On peut déterminer AB par simple mesure sur une figure précise (il faudra réaliser une figure pour chacune des dates) ou par la trigonométrie ($AB = 1 / \sin h$)

c. $S = AB \times BC$

d. Notre faisceau lumineux doit chauffer près de 3 m² le 21/12 contre un peu plus de 1 m² le 21/06. On comprend mieux les différences de température entre l'hiver et l'été.

On trouve les jours les plus chauds habituellement en juillet et août et non le 21 juin car le sol met un certain temps à se réchauffer.



	21/12	21/01	21/02	21/03	21/04	21/05	21/06	21/07	21/08	21/09	21/10	21/11
h	20	23	32	43	55	63	66	63	55	43	32	23
BC	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
AB	2.924	2.559	1.887	1.466	1.221	1.122	1.095	1.122	1.221	1.466	1.887	2.559
S(m²)	2.924	2.559	1.887	1.466	1.221	1.122	1.095	1.122	1.221	1.466	1.887	2.559
P (W)	469	535	726	934	1122	1221	1252	1221	1122	934	726	535

Exercice 4

a. $OM = r \cos \varphi$; $OT = r \sin \varphi$; $OH = OT \tan \varepsilon = r \sin \varphi \tan \varepsilon$;

$$\cos \widehat{\text{MOL}} = \frac{\text{OH}}{\text{OL}} = \frac{r \cdot \sin \varphi \cdot \tan \varepsilon}{r \cdot \cos \varphi} = \tan \varphi \cdot \tan \varepsilon$$

d'où $\widehat{\text{MOL}} = \cos^{-1}(\tan \varphi . \tan \varepsilon)$ et $\widehat{\text{COL}} = 2 \times \cos^{-1}(\tan \varphi \tan \varepsilon) \approx 124,7^{\circ}$ (nuit)

Durée de la nuit : $24 \times \frac{124,7}{360} \approx 8,3 \text{ h}$ Durée de la journée : $d \approx 15,7 \text{ h}$

b. On trouve $d \approx 8,3 \text{ h}$

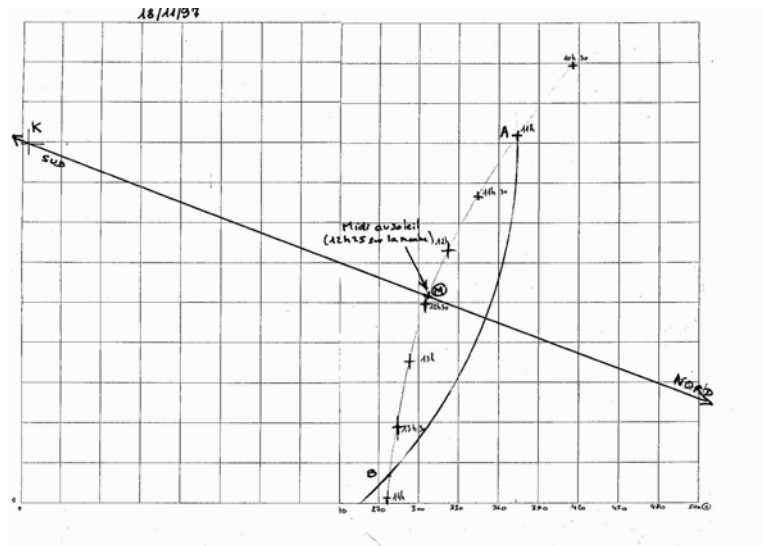
À Dijon au solstice d'été, la journée est presque deux fois plus longue que la nuit. La situation est inversée au solstice d'hiver.

Remarque : on peut résoudre ce type de problème en utilisant un logiciel de construction géométrique et en effectuant directement des mesures. De plus, cela permet d'étudier la longueur de la journée à différentes latitudes.

Exercice 5

Le relevé proposé avait été réalisé au sol, dans une salle de classe, pour tracer la méridienne (horizontale orientée nord-sud). Le carrelage avait servi de quadrillage pour relever sur papier l'emplacement des ombres.

La hauteur du Soleil peut se calculer avec la tangente ou simplement se mesurer sur un dessin réalisé à l'échelle.



Exercice 6

Les résultats sont sur la feuille de calcul.

- a.** On utilise le résultat de l'exercice 4 (voir la figure) : $\cos \widehat{\text{MOL}} = \tan \varphi . \tan \varepsilon$.

On calcule $\widehat{\text{MOL}}$, on le transforme en heures (360° donnent 24 h) et on obtient l'heure du lever du Soleil puis on calcule l'heure de son coucher ($24 \text{ h} - \text{l'angle trouvé en heures}$).

- b.** Voir l'exercice 3 : $S = 1/\sin h$
c. $P = 1\,370/S = 1\,370 \sin h$ (en W/m^2)
d. Voir tableur.

On calcule, pour chaque heure entière, la hauteur du Soleil, la puissance reçue par m^2 puis l'énergie pendant une heure.

Pour la hauteur du Soleil, on utilise la formule donnée dans l'énoncé :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H.$$

Il est compréhensible qu'on ne fait pas une grosse erreur en prenant dans les calculs la hauteur du Soleil à 10 h pour le calcul de l'énergie reçue de 9 h 30 à 10 h 30.

Par contre au moment du lever ou du coucher du Soleil, cela est moins évident. Mais comme la hauteur est très faible, l'énergie reçue aussi et l'erreur n'est pas très importante.

Quand le Soleil n'est pas levé, sa hauteur est négative et la formule 1370 $\sin h$ donnerait une puissance négative alors qu'elle est nulle. Dans le tableur, on a donc noté une condition sur le signe de cette hauteur pour le calcul de la puissance.

Pour une latitude de 47° , on obtient 9 MJ par m^2 au solstice d'hiver contre 43 au solstice d'été. La différence est d'importance.

Au lieu d'effectuer le calcul toutes les heures, on peut le faire toutes les demi-heures ou toutes les minutes. Le résultat est alors plus précis mais la différence n'est pas énorme (toutes les 6 min sur la feuille de calcul).

Cette technique revient tout simplement à faire une intégration. On pourrait aussi tracer la courbe de la puissance reçue en fonction de l'heure et calculer l'aire comprise entre cette courbe et l'axe des abscisses (ce qui peut se faire en découpant la surface et en la pesant comme savent le faire les physiciens).

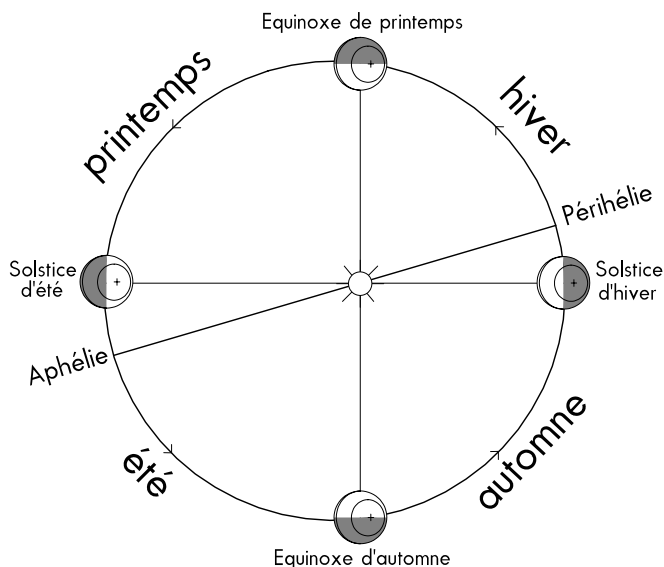
Il faut signaler que l'on n'a pas tenu compte de l'absorption atmosphérique ni de la réflexion des rayons lumineux sur la haute atmosphère. Les résultats sont donc à prendre avec précaution.

COMPLÉMENTS POUR L'ENSEIGNANT

* L'orbite de la Terre n'est pas parfaitement circulaire. C'est une ellipse d'excentricité 0,0167. Le demi grand axe mesure 149 598 000 km et le demi petit axe 149 577 000. Si on représente l'orbite de la Terre par un cercle de 1,40 mètre de diamètre, l'erreur est de 1 mm.

Par contre, le Soleil n'est pas au centre de l'ellipse mais à l'un de ses foyers, situé à 2 500 000 km du centre (à 12 cm du centre dans notre représentation).

La distance Terre Soleil varie donc de 147 100 000 à 152 100 000 km. La Terre passe au plus près du Soleil (au périhélie) vers le 3 janvier et au plus loin (l'aphélie) début juillet.



* Il est très courant d'entendre qu'il fait plus chaud en été parce que nous sommes plus près du Soleil. L'idée n'est pas idiote mais pourtant fausse. On peut apporter deux arguments pour le comprendre :

1. Un objet plus proche paraît plus gros. Si on photographie le Soleil régulièrement avec le même instrument, on s'aperçoit qu'il est très légèrement plus gros en janvier. On est donc plus près du Soleil en hiver et non en été !



25 avril 2000



23 septembre 2000

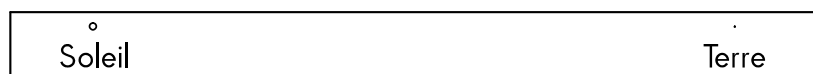


13 janvier 2001



22 juin 2001

2. Au mois de janvier, c'est la saison froide dans l'hémisphère nord mais la saison chaude dans l'hémisphère sud. Nous sommes pourtant tous à la même distance du Soleil à peu de choses près.



Le Soleil et la Terre à la même échelle.

* Le midi solaire vrai ne correspond pas à 12 h de nos montres pour trois raisons :

1. L'heure légale en France avance de 1h ou 2h sur l'heure de Greenwich (heure d'hiver, heure d'été).

2. L'heure légale est définie par rapport au méridien de Greenwich : les villes situées à l'est de ce méridien verront le Soleil passer dans leur plan vertical nord sud plus tôt. Leur heure solaire sera en avance sur celle de Greenwich.

3. L'heure solaire n'est pas régulière. L'intervalle entre deux midis solaires varie de 23 h 59 min 40 s à 24 h 0 min 30 s (ceci est dû à l'inclinaison de l'axe de la Terre par rapport à l'écliptique et aux variations de vitesse de la Terre sur son orbite). L'heure légale est définie à partir de l'heure solaire moyenne de Greenwich, dont le décalage avec l'heure solaire vraie varie en fonction de la date (décalage appelé "équation du temps").

À PROPOS DES DOCUMENTS JOINTS

M&A CLEA 03 Saisons Dates solstices et équinoxes

Les dates des solstices et équinoxes de 2000 à 2030 sur un tableur

M&A CLEA 03 Saisons ex1

Les solutions de l'exercice 1 sur un tableur. Vous y trouverez les heures de lever et de coucher du Soleil pour les villes de Bordeaux, Dijon, Lille, Lyon, Marseille, Paris, Poitiers Rennes, Strasbourg et Toulouse

M&A CLEA 03 Saisons ex3

Les solutions de l'exercice 3 sur un tableur.

M&A CLEA 03 Saisons maquette ex4.pdf

Une maquette à découper montrant la durée de la journée à la latitude de 47° N pour aider à comprendre l'exercice 4.

M&A CLEA 03 Saisons ex6

Les solutions de l'exercice 6 sur un tableur.

M&A CLEA 03 Saisons

Un diaporama pour présenter le problème des saisons

M&A CLEA 03 Saisonsexo2a47.svg

M&A CLEA 03 Saisonsexo2b47.svg

M&A CLEA 03 Saisonsexo4a47.svg

Trois images SVG modifiables pour remplacer la latitude de 47° par une autre latitude.

M&A CLEA 03 mvtappasol.g3w

Une animation avec Geospace pour visualiser le mouvement apparent du Soleil à différentes saisons.

- On peut déplacer le point M avec la souris pour changer de latitude
- On change de saison avec le point C (C en C1 : solstice d'été, en O : équinoxes, en C2 : solstice d'hiver).
- On change d'heure avec les flèches (le pas se règle avec les touches + et -).
- On change de point de vue avec le bouton droit de la souris.

M&A CLEA 03 mvtappsol.pdf

Pour utiliser le fichier précédent

