



## 10. Cadrans solaires

Collège, Lycée

### OBJECTIFS

- Montrer comment se calcule un cadran solaire.
- Utiliser des notions de mathématiques pour une réalisation concrète.

### INTRODUCTION

Les calculs de cadrans solaires présentés ici vont du simple, le cadran solaire équatorial niveau 5<sup>e</sup>, au complexe, le cadran vertical déclinant, niveau lycée. Mais il existe de nombreux autres types de cadrans, non abordés ici, qui peuvent donner lieu à de nombreuses activités.

Pour le cadran horizontal ou vertical, ce peut être l'occasion d'un travail collectif où chaque élève ou groupe d'élèves calcule la position d'une ligne horaire.

Enfin, l'utilisation d'un tableur demande à établir des formules et permet des calculs plus rapides.

### EXERCICES

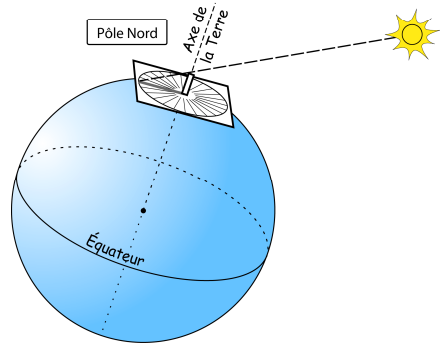
1	5 <sup>e</sup>	Division, mesures d'angles, angles correspondants.
2	3 <sup>e</sup> - 1 <sup>ère</sup>	Trigonométrie, géométrie dans l'espace.
3	3 <sup>e</sup> - 1 <sup>ère</sup>	Trigonométrie, géométrie dans l'espace.
4	Lycée	Trigonométrie, équations de droite.

### SUPPLÉMENTS

Vous trouverez en plus sur le CD les solutions avec des commentaires, une feuille de calcul donnant les solutions pour n'importe quelle latitude et diverses orientations d'un cadran vertical, un fichier Geoplan pour simuler un cadran solaire, un diaporama de présentation des cadrans solaires, une méthode pour tracer l'équinoxiale à la règle et au compas, des cadrans solaires à découper...

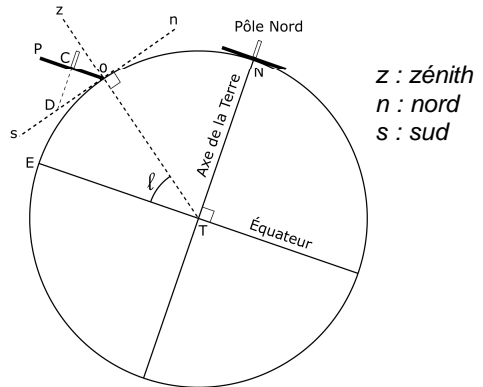
## 1. Cadran solaire équatorial

a. On décide d'installer un cadran solaire au pôle Nord un jour d'été. Pour cela, on fixe une tige verticale sur une planchette horizontale et on note la position de l'ombre de la tige toutes les heures. La tige verticale suit donc l'axe de la Terre. Combien mesure l'angle formé par deux traits consécutifs ?



**b.** On décide de transporter le cadran précédent à sa propre latitude. Pour qu'il reste juste, il faut que la planchette soit parallèle à la position initiale qu'elle avait au pôle.

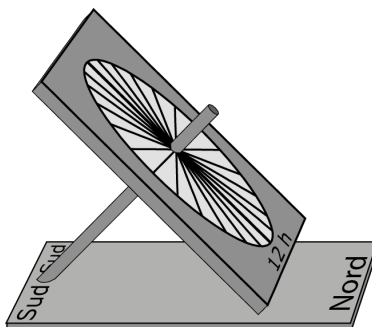
Choisir sa latitude | puis calculer l'angle que forme la planchette avec le plan horizontal (angle  $\widehat{COD}$ ).  
Calculer ensuite l'angle que forme la tige avec le plan horizontal (angle  $\widehat{CDO}$ ).



Ce type de cadran où les graduations sont faites sur une planchette parallèle au plan de l'équateur s'appelle cadran équatorial. Il a l'avantage d'avoir des graduations régulières (les angles sont égaux).

Il est midi en heure solaire quand le Soleil passe au sud. La graduation 12 h est donc dirigée vers le nord.

Les deux faces d'un cadran équatorial doivent être graduées : on utilise la face supérieure au printemps et en été, quand le Soleil est haut dans le ciel, et la face inférieure en automne et en hiver.



*Schéma d'un cadran  
équatorial pour une  
latitude de 47° nord*

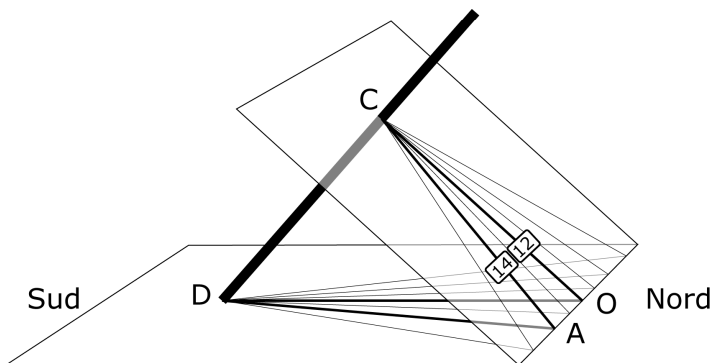
## 2. Cadran solaire horizontal

Pour réaliser un cadran solaire horizontal :

1. Comme dans le cadran équatorial, on garde la tige (qu'on appelle "style") parallèle à l'axe de la Terre.
2. On trouve les graduations à l'aide d'un cadran équatorial auxiliaire. Sur la figure ci-dessous, le segment [CO] est la ligne du midi au Soleil. On admettra que les triangles COA et DOA sont rectangles en O.

Choisir une latitude puis répondre aux questions suivantes :

- Rappeler la mesure des angles  $\widehat{COD}$  et  $\widehat{CDO}$ .
- On choisit  $DO = 10$  cm. Calculer  $CO$ .
- Le segment  $[CA]$  indique l'ombre du style à 14 h. Calculer  $\widehat{OCA}$  (on l'appelle l'angle horaire du Soleil).
- Calculer  $OA$ .
- En déduire  $\widehat{ODA}$ .
- Comment est placée la ligne 6 h sur le cadran équatorial ?
- Comment est placée la ligne 6 h sur le cadran horizontal ?
- Refaire les questions c, d et e pour 13 h, 14 h, 16 h et 17 h puis compléter le tableau suivant (on pourra aussi écrire la formule donnant  $\widehat{ODA}$  en fonction de l'heure h) :

[illegible]

3. Cadran solaire vertical orienté au sud

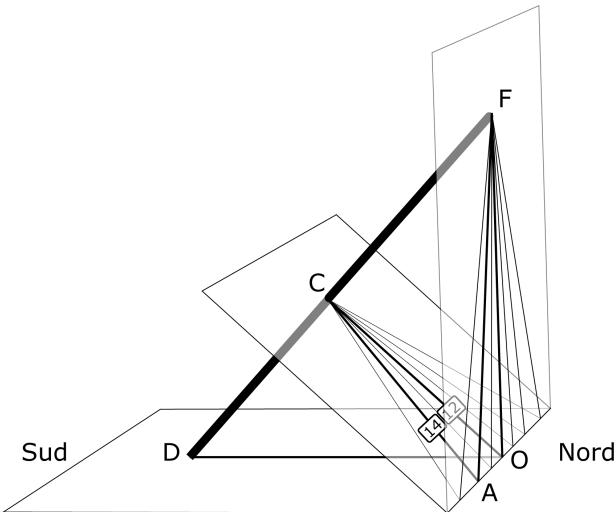
Pour réaliser un cadran solaire vertical orienté au sud :

- 1. Comme dans le cadran équatorial, on garde la tige (qu'on appelle "style") parallèle à l'axe de la Terre.
- 2. On trouve les graduations à l'aide d'un cadran équatorial auxiliaire. Sur la figure ci-dessous, le segment [CO] est la ligne du midi au Soleil. On admettra que les triangles COA et FOA sont rectangles en O.

Choisir une latitude puis répondre aux questions suivantes :

- a. Rappeler la mesure des angles  $\widehat{COD}$  et  $\widehat{CDO}$  puis calculer  $\widehat{CFO}$  et  $\widehat{COF}$ .
- b. On choisit  $FO = 10\text{ cm}$ . Calculer  $CO$ .
- c. Le segment [CA] indique l'ombre du style à 14 h. Calculer  $\widehat{OCA}$  (on l'appelle l'angle horaire du Soleil).
- d. Calculer  $OA$ .
- e. En déduire  $\widehat{OFA}$ .
- f. Comment est placée la ligne 6 h sur le cadran équatorial ?
- g. Comment est placée la ligne 6 h sur le cadran vertical ?
- h. Refaire les questions c, d et e pour 13 h, 14 h, 16 h et 17 h puis compléter le tableau suivant (on pourra aussi écrire la formule donnant  $\widehat{ODA}$  en fonction de l'heure h) :

Heure solaire	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Angle de l'ombre avec CO (cadran équatorial)													
Angle de l'ombre avec FO (cadran vertical)													



4. Cadran solaire vertical déclinant

On appelle cadran vertical déclinant un cadran qui n'est pas orienté plein sud. Il peut être déclinant est ou déclinant ouest. Les calculs sont un peu plus compliqués mais c'est le type de cadran le plus répandu puisqu'une maison est rarement orientée exactement au sud.

Principe

- 1. Comme dans le cadran équatorial, on garde toujours le style parallèle à l'axe de la Terre.
- 2. On trouve les graduations à l'aide d'un cadran horizontal auxiliaire. Sur la figure ci-dessous, [DO] est l'axe nord-sud, [OA] est l'axe est-ouest. [DA] est la ligne 14 h sur le cadran horizontal, les calculs ont été faits à la question 2. [FB] est la ligne 14 h du cadran vertical déclinant.

Choisir une latitude et l'angle de déclinaison du plan vertical ( $\widehat{AOB}$ ) puis répondre aux questions suivantes en s'aidant des résultats de la question 2.

- a. Rappeler la mesure de l'angle  $\widehat{FDO}$  puis calculer  $\widehat{DFO}$ .
- b. On choisit  $DO = 10\text{ cm}$ . Calculer  $FO$ .
- c. Représenter le triangle  $DOA$  dans un plan. Placer le point B.
- d. Calculer  $OB$ .
- e. En déduire la mesure de  $\widehat{OFB}$ .
- f. Compléter le tableau suivant :

Heure solaire	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Angle de l'ombre avec CO (cadran équatorial)													
Angle de l'ombre avec FO (cadran vertical)													

