



2. La Terre

École élémentaire, Collège, Lycée

OBJECTIFS

- Comprendre comment on a mesuré la Terre.
- Se repérer sur la Terre (latitude, longitude) et dans le temps (fuseaux horaires).

INTRODUCTION

La forme de la Terre, la latitude et la longitude, l'heure, ont été des problèmes importants dans l'histoire de l'astronomie. Ils sont l'occasion de problèmes variés.

EXERCICES

1	5 ^e	Angles alternes - internes, proportionnalité, longueur d'un cercle.
2	5 ^e ...	Angles alternes - internes, proportionnalité, longueur d'un cercle.
3	4 ^e	Tangente à un cercle, théorème de Pythagore.
4	CM-6 ^e	Définition du mètre. Conversions de longueur.
5	3 ^e	Aire d'une sphère, volume d'une boule.
6	2 ^{de} à T	Volume d'une boule, racine cubique.
7	6 ^e -4 ^e	Longueur d'un cercle, vitesse.
8	CM...	Utilisation du compas, axes de symétrie.
9	3 ^e	Trigonométrie.
10	CM...	Points cardinaux et aires de vent.
11	5 ^e	Angles opposés par le sommet, somme des angles triangle.
12	5 ^e	Angles correspondants.
13	6 ^e - 3 ^e	Proportionnalité, sphère.
14	4 ^e - 3 ^e	Cosinus, vitesse, sphère.
15	6 ^e - 3 ^e	Proportionnalité, sphère.
16	6 ^e - 3 ^e	Proportionnalité, sphère.
17	6 ^e - 3 ^e	Proportionnalité, sphère.
18	4 ^e - 3 ^e	Longueur d'un cercle, cosinus, sphère.
19	3 ^e - 2 ^{de}	Trigonométrie, longueur d'un arc de cercle.
20	6 ^e	Points cardinaux.
21	2 ^{de} à T	Résolution d'une équation par approximation.
22 à 25	CM...	Utilisation de la maquette fuseaux horaires. Calculs d'heures.

SUPPLÉMENTS

Vous trouverez en plus sur le CD les solutions avec des commentaires, une feuille de calcul pour l'exercice 21, une maquette pour les fuseaux horaires et plusieurs fiches sur l'orientation, le tracé d'une rose des vents et le "renard".

Mesures

1. Mesure du rayon de la Terre (1)

L'expérience d'Ératosthène (3^e siècle avant notre ère)

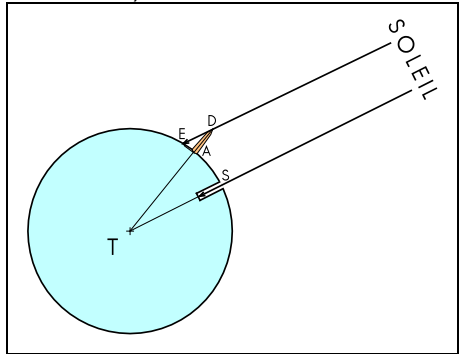
Le même jour à midi solaire, le Soleil éclaire le fond d'un puits à Syène (S) alors qu'un obélisque à Alexandrie (A) fait une ombre que l'on mesure.

Ératosthène obtient $\widehat{ADE} = 1/50$ tour.

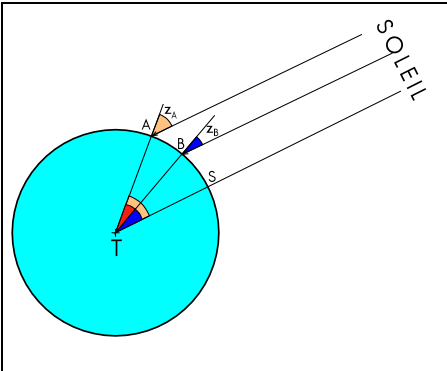
La mesure de AS (à pied ou en chameau) donne 5 000 stades.

Calculer la circonférence de la Terre puis son rayon.

On suppose les rayons du Soleil parallèles. On prendra : 1 stade = 170 m.



2. Mesure du rayon de la Terre (2)



On a mesuré depuis deux villes de Bourgogne l'angle que faisait la direction du Soleil avec la verticale le même jour à la même heure (midi solaire).

Depuis Esbarres (ville A) : $z_A = 42,28^\circ$

Depuis Mâcon (ville B) : $z_B = 41,55^\circ$

Sur une carte, on trouve 90 km pour la distance entre les deux villes A et B.

Calculer la circonférence de la Terre puis son rayon.

On suppose les rayons du Soleil parallèles.

3. Problème d'horizon

La Terre est supposée sphérique, de 6370 km de rayon.

a. Un enfant, situé au niveau de la mer, voit s'éloigner un voilier de 20 mètres de hauteur.

A quelle distance sera le voilier lorsqu'il aura totalement disparu ?

b. Il décide de monter au sommet d'une colline, 300 m au-dessus du niveau de la mer. A quelle distance le voilier va-t-il disparaître ?

4. Définition du mètre

Décret du 26 mars 1791

« Considérant que pour parvenir à établir l'uniformité des poids et mesures, il est nécessaire de fixer une unité de mesure naturelle et invariable... » la Constituante adopte « la grandeur du quart du méridien terrestre pour base du nouveau système de mesures. »

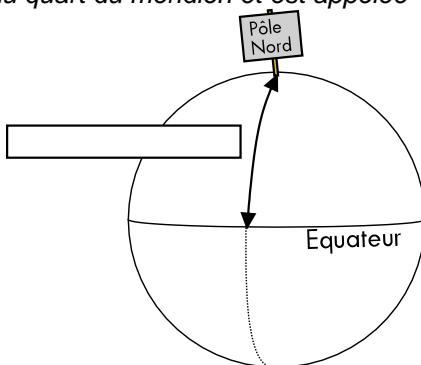
Le méridien désigne ici un cercle passant par les pôles (alors qu'actuellement, on utilise plutôt le terme de méridien pour désigner un demi-cercle allant d'un pôle à l'autre).

Loi du 1^{er} août 1793.

« L'unité linéaire est la dix-millionième partie du quart du méridien et est appelée mètre ».

Loi du 18 Germinal an 3. Art. 2.

« Il n'y aura qu'un seul étalon des poids et mesures pour toute la République ; ce sera une règle de platine sur laquelle sera tracé le mètre qui a été adopté pour l'unité fondamentale de tout le système des mesures »



a. Compléter le cadre du schéma (longueur en m).

b. Calculer la longueur d'un méridien en km.

5. Aire, volume...

On assimile la Terre à une sphère de 6 370 km de rayon.

a. Calculer son aire.

b. On sait que les mers et les océans occupent 70% de la surface du globe.

Calculer la surface occupée par les continents.

c. Calculer le volume de la Terre.

d. Sa masse est de $5,98 \cdot 10^{24}$ kg. Calculer sa masse volumique.

6. Rayon moyen

La Terre est aplatie aux pôles. Cet aplatissement vaut 1/298. Cela signifie que le rayon polaire est inférieur au rayon équatorial de 1/298.

a. On sait que le rayon équatorial vaut 6 378 km. Calculer le rayon polaire.

b. La Terre a la forme d'un ellipsoïde (sphère aplatie). Calculer son volume sachant que le volume d'un ellipsoïde se calcule avec la formule

$$\frac{4}{3} \times \pi \times r_e^2 \times r_p \text{ où } r_e \text{ est le rayon équatorial et } r_p \text{ le rayon polaire.}$$

c. On appelle rayon moyen de la Terre le rayon d'une sphère qui aurait le même volume que la Terre. Calculer ce rayon moyen.

Mouvements

7. Vitesses

Données Longueur de l'équateur : 40 000 km.
 Distance Terre - Soleil : 149 600 000 km.
 Distance Soleil - Centre de la Galaxie : 28 000 années lumière.
 1 année lumière = 9 460 000 000 000 km.

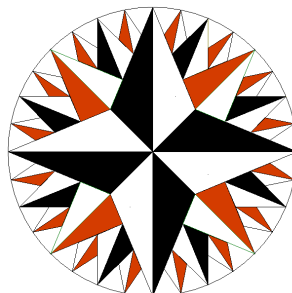
- a. La Terre effectue un tour sur elle-même en 24 h. Calculer la vitesse que donne ce mouvement à un point de l'équateur.
- b. La Terre tourne autour du Soleil en un an. Calculer la vitesse du centre de la Terre sur son orbite.
- c. Le Soleil fait le tour de la Galaxie en 230 000 000 années. Calculer la vitesse du Soleil dans la Galaxie.

Points cardinaux

8. La rose des vents

Travail proposé :

- a. Construire une rose des vents :
 - à la règle et au compas ;
 - ou à l'aide d'un logiciel de géométrie.
- b. Mettre le nom de chaque aire de vent.
- c. Trouver tous les axes de symétrie de la rose des vents construite.



Vous trouverez sur le CD tous les fichiers nécessaires pour ce travail.

9. Un problème de navigation

Actuellement, la boussole est graduée en degré dans le sens des aiguilles d'une montre, 0° correspondant au nord.

- a. À combien de degrés correspond le sud ? l'est ? l'ouest ? Le sud-est ? Le nord-nord-est ? Le nord-nord-ouest ?
- b. Au début de la navigation, le pilote relevait chaque demi-heure l'orientation à la boussole.
Sachant que, à partir du port, le navire va plein sud la première demi-heure, à l'ouest la deuxième demi-heure et à nouveau plein sud la troisième demi-heure pour éviter un rocher, sous quel angle par rapport au nord, le pilote voit le port au bout d'une heure trente ?
On supposera la vitesse constante et on ne tiendra pas compte de la rotondité de la Terre.

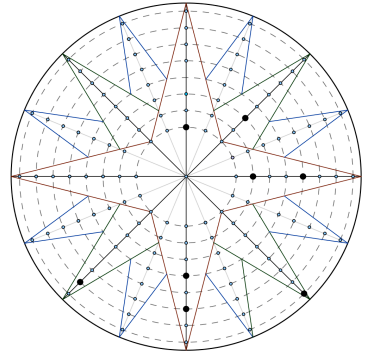
10. Le renard

Le renard est une sorte d'aide-mémoire pour enregistrer le cap et la vitesse.

On a noté sur la figure de droite le cap suivi chaque demi-heure. On lit à partir du centre et chaque point noir est un cap noté.

La première demi-heure, on s'est dirigé vers le "nord".

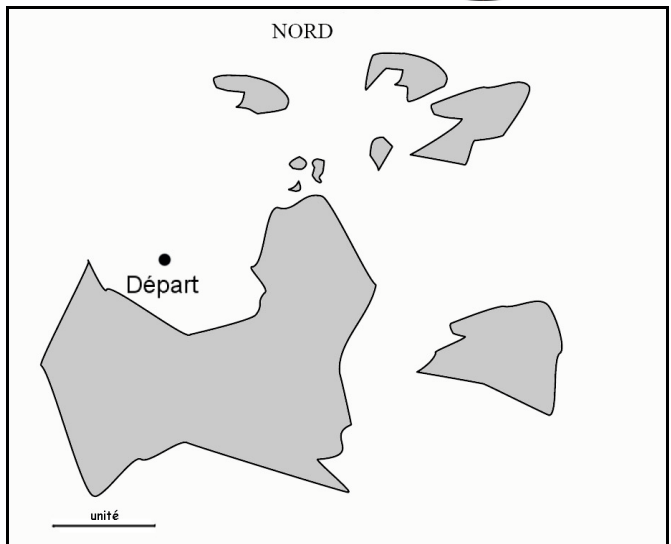
La deuxième demi-heure, le cap suivi était "est"
la troisième demi-heure, le cap était "nord-est"...



À partir de ces indications, on veut retrouver l'itinéraire suivi.

On le notera sur le plan de droite. Le nord est en haut. Le point de départ est indiqué. Le segment unité correspond au chemin parcouru en une demi-heure.

Attention à ne pas vous échouer sur une des îles !

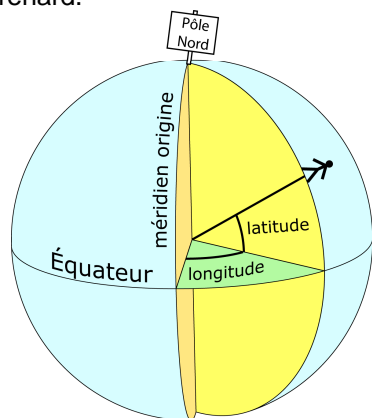


Vous trouverez sur le CD plus de détails sur le renard.

Longitude et latitude sur Terre

La latitude est l'angle que forme le segment centre de la Terre - observateur avec le plan de l'équateur. On la mesure de 0 à 90° vers le nord ou vers le sud.

La longitude est l'angle que forme le méridien de l'observateur avec le méridien de Greenwich.

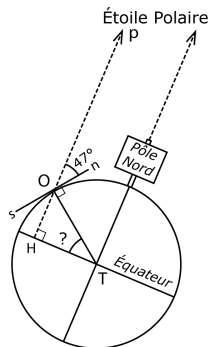


Détermination pratique de la latitude

11. Latitude et étoile Polaire

L'étoile Polaire est située approximativement dans le prolongement de l'axe de la Terre et indique donc à peu près la direction du pôle Nord céleste. On détermine, grâce à un théodolite, la hauteur de l'étoile Polaire au-dessus de l'horizon. On trouve 47° .

Déterminer la latitude du lieu.



12. Latitude et Soleil

Le jour de l'équinoxe, le Soleil est situé dans le plan de l'équateur. A midi au Soleil, il est situé à $50^\circ (\pm 30')$ au-dessus de l'horizon. Dans quelle capitale européenne sommes-nous ? Faire un dessin.

Détermination pratique de la longitude

13. Longitude et éclipse de Lune

Pour déterminer la longitude en mer, un marin observe une éclipse de Lune. Il a réglé sa montre à midi au Soleil et, à la tombée de la nuit, il observe la Lune rentrer dans l'ombre de la Terre à partir de 21 h 32. Or, il avait noté dans ses tablettes que cette éclipse commençait à 22 h 30, heure solaire de Paris. À quelle longitude, par rapport à Paris, se trouve notre marin ?

14. Longitude et décalage horaire

Pour déterminer sa longitude il y a une méthode plus simple que d'attendre une éclipse de Lune : c'est d'emmener avec soi une horloge précise. Imaginons que Christophe Colomb ait pu le faire.

Au départ d'Andalousie, il règle son horloge sur l'heure locale. Arrivé sur les côtes d'Amérique, il s'aperçoit qu'à midi au Soleil son horloge indique 17 h.

a. Calculer l'écart de longitude entre l'Andalousie et son point d'arrivée dans les îles Bahamas.

b. Quelle distance a-t-il parcouru très approximativement en supposant qu'il est resté à peu près à la même latitude de 30° pendant son voyage ?

c. Calculer sa vitesse approximative moyenne sachant qu'il est parti le 2 août 1492 pour arriver le 12 octobre de la même année.

Distances et déplacements

15. Deux points A et B sont situés sur une sphère de centre O dont l'équateur a pour longueur 40 000 kilomètres. L'angle \widehat{AOB} mesure 1° .

Quelle est la mesure de l'arc AB sur le grand cercle passant par A et B ?

(rappel : le centre d'un grand cercle est le centre de la sphère)

16. Deux villes A et B situées dans l'hémisphère nord sur le même méridien ont pour latitudes respectives $48^\circ 52'$ et $50^\circ 06'$.

Quelle est la distance entre ces deux villes (en km) ?

17. Deux villes situées sur le même méridien sont distantes de 6 000 km. Si l'une de ces villes a pour latitude 40° N, quelle est la latitude de l'autre située dans l'hémisphère sud ?

18. a. Exprimer la longueur ℓ du parallèle de latitude φ (Nord ou Sud) en fonction de L, la longueur de l'équateur terrestre, et de φ .

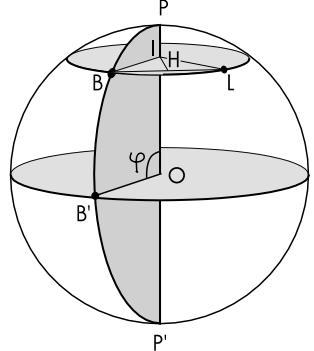
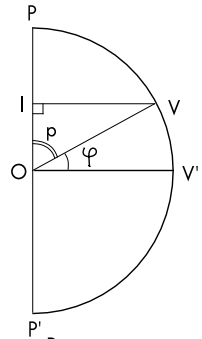
b. Quel est le parallèle qui a pour longueur $L / 2$?

c. En se déplaçant toujours vers l'Ouest, on revient la première fois à son point de départ au bout de 10 000 km. À quelle distance du pôle se trouve-t-on ?

19. Un avion doit joindre depuis Leningrad (30° E, 60° N) la ville de Bellin, au nord du Québec (70° W, 60° N). On propose trois trajets :

- suivre le 60° parallèle ;
- passer par le pôle nord ;
- suivre le grand cercle passant par B et L (on rappelle que le centre d'un grand cercle est le centre de la sphère).

Calculer la longueur de chacun de ces trajets.



Petits problèmes

20. Mme X parcourt 1 km vers le sud, 1 km vers l'est puis 1 km vers le nord et se retrouve à son point de départ. Comment cela est-il possible ?

21. M. Y habite sur l'équateur. Il parcourt une certaine distance en direction du nord, puis la même distance vers l'est puis encore la même distance vers le sud et se retrouve à son point de départ. Quelle est cette distance ?

Fuseaux horaires

Il est conseillé de construire la maquette sur les fuseaux horaires présente sur le CD avant de répondre aux questions (fichier M&A CLEA Terre Maquette fuseaux horaires).

22. Connaissant l'heure T_C en un lieu donné, trouver l'heure T_C en un autre lieu.

- a. Il est 12 h à Paris. Quelle heure est-il à Moscou ? Tokyo ? Tahiti ? Santiago ? Dakar ?
- b. Il est 18 h à Paris un jeudi. Quelle heure et quel jour est-il à Moscou ? Sydney ? Santiago ? Calcutta ? Anchorage ? Dakar ?
- c. Il est 9 h à Buenos Aires. Quelle heure est-il à Dakar ?
- d. Il est 1 h le mardi à Santiago. Quelle heure est-il à Anchorage ?
- e. Il est 5 h à Chicago. Quelle heure est-il à Singapour ?
- f. Il est mercredi 5 h à Singapour. Quelle heure est-il à Chicago ?

23. Voyages

- a. Un avion part de Paris à 9 h 45 (heure d'été) pour Vienne ; il arrive à 11 h 45. L'heure légale à Vienne en été étant $T_C + 1$, quelle est la durée du voyage ?
- b. Un avion part de Paris (heure d'été) à 13 h 30 et arrive à Tokyo à 8 h 10. Quelle est la durée du voyage sachant que l'heure légale au Japon est celle du fuseau ? Il repart de Tokyo à 12 h. A quelle heure arrive-t-il à Paris en supposant que la durée du voyage est la même ?
- c. Un avion part de Paris à 10 h 30 (heure d'été). Il arrive à New York à 11h 45 (l'heure légale à New York, l'été est $T_C + 1$). Quelle est la durée du voyage ?

Ligne de changement de date

24. Un voyageur fait le tour de la Terre en se déplaçant vers l'Est. Il avance donc sa montre de 1 h à chaque changement de fuseau horaire. La durée du voyage est 24 h. S'il part le 20 septembre à 5 h, quelles seront la date et l'heure de son arrivée ? Même question lorsqu'il se déplace vers l'Ouest.
Que peut-on en conclure ?

25. Dans le célèbre roman de Jules Verne : « Le tour du monde en 80 jours » (1873), Philéas Fogg avait parié une forte somme qu'il ferait le tour du monde en 80 jours. Il finit par gagner de justesse ce pari alors qu'il était persuadé d'avoir mis en réalité 81 jours. Expliquer pourquoi.

