



**SOLUTIONS  
COMPLÉMENTS POUR L'ENSEIGNANT  
À PROPOS DES DOCUMENTS JOINTS**

**SOLUTIONS**

1<sup>ère</sup> partie. Transit planétaire et courbe de lumière

1. La luminosité est proportionnelle à la surface visible de l'étoile. Le rayon de Jupiter vaut 1/10 du rayon solaire donc l'aire de son disque vaut 1/100 du disque solaire. La luminosité du Soleil va donc baisser de 1%.

On suppose que l'on est suffisamment loin du Soleil pour que les distances des deux astres soient comparables. Les diamètres observés du disque de Jupiter et du disque du Soleil sont alors proportionnels à leur diamètre réel. Ce ne serait pas le cas si on était par exemple sur un satellite de Jupiter d'où l'on peut voir la planète occulter totalement le Soleil.

2. a. On applique le théorème d'al Kashi dans le triangle PAE :

$$AP^2 = AE^2 + PE^2 - 2 \times AE \times PE \times \cos \widehat{AEP}$$

$$r^2 = R^2 + d^2 - 2Rd \cos \widehat{AEP} \text{ d'où } \widehat{AEP} = \arccos\left(\frac{R^2 + d^2 - r^2}{2Rd}\right)$$

b. Aire du secteur AEB :  $\pi R^2 \times \widehat{AEB}/2\pi = R^2 \times \widehat{AEB}/2 = R^2 \times \widehat{AEP}$

c. Aire du triangle AEB =  $AB \times EH/2 = AH \times EH$ .

d. Même méthode qu'à la question a avec  $AE^2 = AP^2 + EP^2 - 2 \times AP \times EP \times \cos \widehat{APE}$ .

$$\text{On trouve : } \widehat{APE} = \arccos\left(\frac{r^2 + d^2 - R^2}{2rd}\right)$$

e. Aire du secteur APB :  $\pi r^2 \times \widehat{APB}/2\pi = r^2 \times \widehat{APB}/2 = r^2 \times \widehat{APE}$

f. Aire du triangle APB =  $AB \times PH/2 = AH \times PH$ .

g.  $S_1 = \text{Aire du secteur AEB} - \text{Aire du triangle AEB} = R^2 \times \widehat{AEP} - AH \times EH$

$$S_2 = \text{Aire du secteur APB} - \text{Aire du triangle APB} = r^2 \times \widehat{APE} - AH \times PH$$

$$S_1 + S_2 = R^2 \times \widehat{AEP} - AH \times EH + r^2 \times \widehat{APE} - AH \times PH$$

$$= R^2 \times \widehat{AEP} + r^2 \times \widehat{APE} - AH \times (EH + PH)$$

$$= R^2 \times \widehat{AEP} + r^2 \times \widehat{APE} - AH \times d$$

$$= R^2 \times \widehat{AEP} + r^2 \times \widehat{APE} - R \times \sin \widehat{AEP} \times d$$

3.  $d = \sqrt{h^2 + CP^2} = \sqrt{h^2 + v^2 t^2}$

4. Voir la feuille de calcul.

Une formule générale donnant la luminosité de l'étoile en fonction du temps est donnée dans les compléments.

2<sup>e</sup> partie. Vitesse radiale et masse d'une exoplanète

Vous trouverez l'exercice et sa solution sur le fichier CC137 Masse de 51Pegb.pdf (article des cahiers Clairaut).

3<sup>e</sup> partie. Exoplanètes et statistiques

Les solutions sont dans la feuille de calcul.

## COMPLÉMENTS POUR L'ENSEIGNANT

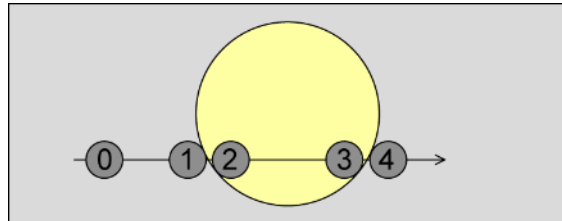
### 1<sup>ère</sup> partie. Transit planétaire et courbe de lumière

On sait que le bord du Soleil apparaît plus sombre que le centre. Quand on fait l'hypothèse que la luminosité du disque stellaire est uniforme, on fait donc une erreur mais celle-ci permet d'avoir un modèle relativement simple.

Pour voir un passage de Jupiter devant notre Soleil, il faut observer dans le plan de l'orbite de Jupiter

#### Formule générale

On cherche à écrire la surface visible de l'étoile en fonction de  $t$



1. Premier contact
2. Deuxième contact
3. Troisième contact
4. Quatrième contact

#### Premier cas (avant le premier contact ou après le quatrième contact)

On a :  $d \geq R + r$

On sait que  $d^2 = h^2 + v^2 t^2$ .

La condition  $d \geq R + r$  devient :  $|t| \geq \frac{\sqrt{(R+r)^2 - h^2}}{v}$

L'aire de la surface visible est alors égale à  $\pi R^2$

#### Deuxième cas (entre le premier et le deuxième contact ou entre le troisième et le quatrième)

On doit avoir :  $R - r < d < R + r$ .

Toujours avec  $d^2 = h^2 + v^2 t^2$ , cette condition s'écrit  $\frac{\sqrt{(R-r)^2 - h^2}}{v} < |t| < \frac{\sqrt{(R+r)^2 - h^2}}{v}$ ,

L'aire de la surface cachée est égale à  $S_1 + S_2$  soit  $R^2 \times \widehat{AEP} + r^2 \times \widehat{APE} - R \times \sin \widehat{AEP} \times d$ .

On veut l'écrire en fonction de  $t$ .

On sait que  $\widehat{AEP} = \arccos\left(\frac{R^2 + d^2 - r^2}{2Rd}\right)$  et  $\widehat{APE} = \arccos\left(\frac{r^2 + d^2 - R^2}{2rd}\right)$  avec  $d^2 = h^2 + v^2 t^2$

Il ne reste plus qu'à écrire  $\sin \widehat{AEP}$  en fonction de  $d$  ou de  $t$ . On peut partir du cosinus que l'on a calculé ( $\sin \lambda = \sqrt{1 - \cos^2 \lambda}$ ) ou bien de la formule de Héron qui donne l'aire du triangle APE en fonction de ses côtés  $R$ ,  $r$  et  $d$ . On obtient :

$$R \times \sin \widehat{AEP} \times d = \frac{1}{2} \sqrt{2d^2(R^2 + r^2) - d^4 - (R^2 - r^2)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} \sqrt{(R+r+d)(R+r-d)(d+R-r)(d-R+r)}$$

$$D'où  $S_1 + S_2 = R^2 \arccos\left(\frac{R^2 + d^2 - r^2}{2Rd}\right) + r^2 \arccos\left(\frac{r^2 + d^2 - R^2}{2rd}\right) - \frac{\sqrt{2d^2(R^2 + r^2) - d^4 - (R^2 - r^2)^2}}{2}$$$

La formule générale de l'aire  $S_v$  de la surface visible de l'étoile est donc :

$$S_v = \pi R^2 - R^2 \arccos\left(\frac{R^2 + d^2 - r^2}{2Rd}\right) - r^2 \arccos\left(\frac{r^2 + d^2 - R^2}{2rd}\right) + \frac{\sqrt{2d^2(R^2 + r^2) - d^4 - (R^2 - r^2)^2}}{2}$$

$$\text{avec } d = \sqrt{h^2 + v^2 t^2}$$

#### Troisième cas (entre le deuxième et le troisième contact)

On doit avoir :  $d \leq R - r$ . Toujours avec  $d^2 = h^2 + v^2 t^2$ , cette condition s'écrit  $|t| \leq \frac{\sqrt{(R-r)^2 - h^2}}{v}$ ,

L'aire de la surface visible est alors égale à  $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

## À PROPOS DES DOCUMENTS JOINTS

### **M&A\_CLEA\_12\_Transit**

Les solutions de la première partie (transit planétaire et courbe de lumière) sur tableur.

### **M&A\_CLEA\_12\_transit\_animé.ggb**

La figure de l'exercice 1 réalisé avec GeoGebra. Quatre paramètres sont réglables : le rayon de l'étoile, le rayon de la planète, la distance minimale entre le centre de l'étoile et le centre de la planète ainsi que le temps.

### **CC137\_Masse\_de\_51Pegb**

Comment calculer la masse d'une exoplanète à partir de l'observation de la vitesse radiale de l'étoile.

### **Donnees\_exoplanetes\_transit\_au\_15\_06\_2012**

Les exoplanètes découvertes au 15 juin 2012 d'après le site [exoplanete.eu](http://exoplanete.eu)

### **M&A\_CLEA\_12\_Statistiques**

Solutions de la troisième partie, exoplanètes et statistiques

